PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 9. 1. Mai 1906. 7. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 10 am 2. Mai 1906.

INHALT.

Originalmitteilungen:

J. Koenigsberger, Über den Temperaturgradienten der Erde bei Annahme radioaktiver und chemischer Prozesse. S. 297.

F. Wacker, Über Gravitation und Elektromagnetismus. S. 300.

P. Ehrenfest, Zur Stabilitätsfrage bei den Bucherer-Langevin-Elektronen. S. 302.

L. Mandelstam u. N. Papalexi, Über eine Methode zur Erzeugung phasenverschobener schneller Schwingungen. S. 303.

C. Carpini, Über den photoelektrischen Effekt am Selen. S. 306.

W. Krebs, Rechnerischer Nachweis eines Einflusses der Sonnentätigkeit auf die erdmagnetischen Störungen vom November 1905. S. 309.

E. Dorn, Über das Verhalten von Helium in einem Platin-Iridium-Gefäß bei hohen Temperaturen. S. 312.

F. Fischer u. F. Braehmer, Die Umwandlung des Sauerstoffs in Ozon bei hoher Temperatur und die Stickstoffoxydation. S. 312.

H. Mache, Über die Diffusion von Luft durch Wasser. S. 316.

S. Sano, Über die elektrische Kraft an irgendeinem Punkte in einer Flüssigkeit, in welcher ein Diffusionsprozeß vor sich geht. S. 318.

A. Schmidt, Die Erweiterungen des Dopplerschen Prinzips. S. 323.

W. Holtz, Die Doppelschatten der Ringbrenner und Kerzen. S. 330.

Besprechungen:

H. Baumhauer, Die neuere Entwicklung der Kristallographie. S. 330.

E. Blau, Die Mechanik fester Körper. S. 331.

Jahrbuch der Chemie. XIV. S. 331.

A. Bernthsen, Kurzes Lehrbuch der organischen Chemie. S. 331.

W. Ramsay, Moderne Chemie. II. S. 331.

H. v. Jüptner, Lehrbuch der chemischen Technologie der Energien. I, 1. S. 331.

R. Lorenz, Lehrbuch der Elektrochemie (franz.). S. 332.

H. Jahn, Grundriß der Elektrochemie. S. 332.

E. Abbe, Gesammelte Abhandlungen. II. S. 332.

E. R. Neumann, Studien über die Methoden von C. Neumann und G. Robin zur Lösung der beiden Randwertaufgaben der Potentialtheorie. S. 332.

J. W. Gibbs, Elementare Grundlagen der statistischen Mechanik. S. 332.

W. Trabert, Meteorologie und Klimatologie. S. 333.

Anleitung zur Anstellung und Berechnung meteorologischer Beobachtungen. S. 333.

Handbuch der anorganischen Chemie. II, 2. S. 334.

G. v. Neumayr, Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen. S. 334.

J. J. Thomson, Elektrizitäts-Durchgang in Gasen. S. 334.

Fragekasten:

Cartesianischer Taucher. Von H. R. S. 335.

Das Fliegenproblem. (Antworten.) R. Gans, Die Fliege auf der Wage. S. 335.

W. Kaufmann, Beitrag zum Fliegenproblem. S. 336.

Personalien. S. 336.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über den Temperaturgradienten der Erde bei Annahme radioaktiver und chemischer Prozesse.

Von J. Koenigsberger.

Am Schlusse seiner Untersuchungen über die radioaktive Emanation der Wasser- und Ölquellen hat Herr F. Himstedt[1]) die Frage aufgeworfen, ob die Wärmeentwicklung durch die radioaktiven Stoffe sowohl in den oberen Schichten wie in größeren Tiefen bei der Erklärung der Erdtemperatur in Betracht zu ziehen wäre. Herr C. Liebenow[2]) hat dann durch eine sehr einfache Rechnung gezeigt, daß schon eine weit geringere Menge von Radium als Herr Himstedt in den Quellen und die Herren Elster und Geitel[3]) in verwitterten Gesteinen und Bodenarten nachgewiesen haben, zur Erzeugung der Erdwärme, die sich aus dem Temperaturgradienten an der Oberfläche und der mittleren Wärmeleitfähigkeit der Gesteine ergibt, genügen würde.

Herr Liebenow zieht daher den Schluß, daß im Erdinnern keine radioaktiven Substanzen oder kein Zerfall derselben vorkommen kann.[1]) Wie sich aus dem Folgenden ergibt, bedingt die Anwendung des zweiten Hauptsatzes ein Aufhören des Radiumzerfalls bei höherer Temperatur. Den zweiten Hauptsatz kann man auf den am besten studierten und an Energie reichsten Umwandlungsvorgang anwenden, wenn man in Übereinstimmung mit den bekannten Versuchen von Rutherford die Umwandlung der Radiumarten als eine Zerlegung in Edelgase (bei niedriger Temperatur inerte Gase) und radioaktive Metalle auffaßt. Da das Radium bei seinem Zerfall Wärme und in solche umwandelbare chemische Energie abgibt, so muß bei Abkühlung das unter Wärmeentwicklung gebildete System, Helium + Radium γ, bei steigender Temperatur das unter Wärmeabsorption gebildete System Radium β begünstigt werden.[2]) Die ent-

1) F. Himstedt, Verhandl. Freib. nat. Ges. **14**, 187, 1903, u. diese Zeitschr. **5**, 210, 1904.

2) C. Liebenow, diese Zeitschr. **5**, 625, 1904.

3) J. Elster und H. Geitel, diese Zeitschr. **5**, 17, 1904.

1) Hr. J. J. Thomson (Phil. Mag. 1906) hat auf ganz ähnliche Art die von der Erde entwickelte Wärmemenge berechnet. Er findet, daß die von ihm nachgewiesene Aussendung negativer Elektronen durch die Alkalimetalle genügen würde, wenn man annimmt, daß im Innern des Metalls hierdurch eine entsprechende Wärmeentwicklung zustande kommt.

2) Die sehr interessanten Darlegungen von Hrn. E. Bose (diese Zeitschr. **5**, 356, 1904) scheinen mir, wie übrigens Hr. Bose auch ausdrücklich erwähnt, nur zu beweisen, daß für einatomige Gase eine Änderung des Koeffizienten β bezw. der innern Molekül- oder Atomenergie mit der Temperatur

wickelte Gesamtenergie ist insgesamt angenähert 100 gr-cal pro Stunde[1]), und daher nach den Versuchen von Hrn. W. Ramsay und Hrn. F. Soddy[2]) produziert der Zerfall von 1 gr Radium β $1 \cdot 10^9$ gr-cal. In die Gleichung für das Prinzip des beweglichen Gleichgewichts[3])

$$\frac{dk}{dt} = \frac{q}{2\vartheta^2} \text{ und } \Sigma \log \text{ nat } c = k$$

eingesetzt, ergibt sich, daß erst bei äußerst hoher, im Erdinnern nur in sehr großer Tiefe erreichten Temperatur, ein verhältnismäßig geringer Partialdruck des Heliums die Reaktion nicht zustande kommen lassen würde. Einen solch geringen Partialdruck des Heliums muß man aber annehmen, weil die aus der Erde hervordringenden Heliummengen im Vergleich zu andern Gasen äußerst gering sind. Eine Abnahme des Radiumzerfalls in größerer Tiefe wäre demnach zwar möglich, aber die Temperaturen müßten sehr hohe sein, wenn nicht die entwickelte Gesamtwärme q auch mit steigender Temperatur abnimmt. Für letzteres sprechen einige Beobachtungen.[4]) Will man jedoch all die vorher erwähnten Hypothesen nicht zulassen, so bleibt nur die Annahme, daß der Gehalt an radioaktiven Substanzen nach dem Erdinnern zu abnimmt. Wir werden auf diesen Punkt später zurückkommen.

Eine Möglichkeit, die Hypothese der Wärmeentwicklung durch Radium zu prüfen, wird uns durch die Beobachtungen des Temperaturgradienten in tiefen Bohrlöchern gegeben. Im folgenden sind deshalb die Formeln für den Gradienten einer Kugel unter Annahme beliebiger wärmeentwickelnder Prozesse (Zerfall von radioaktiven Substanzen, Bildung von Silikaten, Metalloxyden und -Sulfiden etc.) für drei Fälle entwickelt worden.

1. Die Wärmeentwicklung geht gleichmäßig in der ganzen Erde vor sich.

2. Die Wärme wird nur in einer oberflächlichen Schicht von bestimmter Dicke erzeugt, oder nimmt in bestimmtem Verhältnis nach der Tiefe zu ab.

3. Die Wärmeentwicklung findet in einer Schicht von gegebener Dicke in bestimmter Tiefe statt.

Die Differentialgleichung lautet dann allgemein:

$$\Delta\vartheta = -\frac{q}{K},$$

worin q die in der Volumen- und Zeiteinheit entwickelte Wärmemenge, K die Wärmeleitfähigkeit in gleichen Einheiten bedeutet. An der Oberfläche soll $\vartheta = 0^0$ sein.

1. Eine den Bedingungen 1 genügende Lösung ist

$$\vartheta = \frac{q}{6K}(R^2 - r^2),$$

worin R der Erdradius, r der variable Abstand vom Erdmittelpunkt ist; K beträgt für die Gesteine im Mittel 0,005 bei 15^0.

$$\frac{d\vartheta}{dr} = -\frac{q}{3K} \cdot r.$$

An der Oberfläche ist

$$\left(\frac{d\vartheta}{dr}\right)_{r=R} = -0{,}0003;$$

demnach ist die pro cbcm und sec entwickelte Wärmemenge q in Übereinstimmung mit Herrn C. Liebenow $7{,}1 \cdot 10^{-15}$ gr-cal.

$$\frac{d\vartheta}{dr} = -0{,}0003 \cdot \frac{r}{R}.$$

Der Temperaturgradient würde also mit zunehmender Tiefe abnehmen. Für 2000 m wäre diese Abnahme erst 0,03 Proc.

2. Wenn die gesamte zur Aufrechterhaltung des Gradienten an der Oberfläche, der gleich $-0{,}0003$ ist, erforderliche Wärme Q in einer Schicht von der Dicke $d = R - R_0$ erzeugt wird, so wäre ϑ unterhalb von R_0 konstant, der Gradient also $= 0$. Oberhalb von R_0 wäre er

$$\left(r - \frac{R_0^3}{r^2}\right)$$

proportional, würde also mit zunehmender Tiefe rasch abnehmen. Wahrscheinlicher ist eine Modifikation der Annahme 2. dahin, daß die Wärmeentwicklung nach dem Innern zu nicht plötzlich, sondern allmählich abnimmt, z. B. proportional einer beliebigen Potenz n des Radius ist, $q = q' \cdot r^n$.

Der Gradient ist dann

$$\frac{d\vartheta}{dr} = -\frac{q'}{K} \cdot \frac{r^{n+1}}{n+3},$$

da an der Oberfläche

$$\left(\frac{d\vartheta}{dr}\right)_{r=R} = -\frac{q'}{K} \cdot \frac{R^{n+1}}{n+3} = -0{,}0003$$

ist, so ist

$$\frac{d\vartheta}{dr} = -0{,}0003\left(\frac{r}{R}\right)^{n+1} = -0{,}0003 = \left(1 - [n+1] \cdot \frac{x}{R}\right),$$

worin x den Abstand von der Erdoberfläche bedeutet.

---

innerhalb der Versuchsfehler der Bestimmung von $\frac{c_p}{c_v}$ liegt. Inwieweit dies für das Radiumgas gilt, ist noch nicht untersucht.

1) Die Energie der γ-Strahlen konnte bisher noch nicht einwandsfrei gemessen werden, vgl. F. Paschen, diese Zeitschrift **5**, 97, 1905.

2) W. Ramsay u. F. Soddy, diese Zeitschr. **5**, 349, 1904.

3) Vgl. van't Hoff, Vorlesungen über theoret. Chemie **1**, 159, 1889.

4) Vgl. die von Hrn. St. Meyer u. Hrn. E. v. Schweidler, diese Zeitschr. **5**, 319, 1904 beobachtete Verminderung der Aktivität schon unterhalb 200°. Allerdings sind wegen der großen Schwierigkeit der Versuche die Ergebnisse nicht ganz sicher. Die neuen Versuche von Hrn. L. Bronson (Phil. Mag. [6] 11, 145, 1906) sind für unsere Betrachtungen nicht verwendbar, weil der Verf. nur untersucht, ob nach Erhitzung auf 900° eine dauernde Nachwirkung auf die Abklingungskurve zurückbleibt. Bei der hohen Temperatur selbst wurde nicht beobachtet.

Da die Beobachtungen an 2 km tiefen Bohrlöchern (Schladebach, Paruschowitz) zeigen, daß der Gradient (bis auf etwa 1 Proz. Beobachtungsfehler) konstant ist, so müßte, falls keine andern Einflüsse, wie Abhängigkeit des K von der Temperatur (s. u.), vorhanden sind, die Wärmeproduktion oben und unten nahezu im gleichen Verhältnis auf 1 Proz. konstant sein. Gleichwohl wäre es schon dann möglich, daß $n = 30$ ist, und die maximale im Innern erreichte Temperatur höchstens 3000^0 wäre.

3. Wenn die Wärmeentwicklung unterhalb der Schichten stattfindet, in denen der Temperaturgradient gemessen wird, so nimmt dieser mit zunehmender Tiefe zu. Es ist

$$\frac{d\vartheta}{dr} = -0{,}0003\,\frac{K^2}{r^2}.$$

Bevor wir diskutieren, welche der Annahmen nach den bisher vorliegenden Messungen des Temperaturgradienten am wahrscheinlichsten ist, müssen noch zwei Fragen erledigt werden:

1. Inwieweit kann die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit von der Temperatur und die verschiedene Leitfähigkeit der Gesteine den Gang des Gradienten beeinflussen?

2. Wie verhält sich zu den obigen Annahmen die alte von Fourier und Poisson eingehend entwickelte Theorie der Abkühlung der Erde als einer ehemals glühenden Kugel?

1. Wenn K größer ist, so wird der Gradient, der K indirekt proportional ist, kleiner, und umgekehrt.

Die pro cbm produzierte Wärmemenge q selbst dürfte im allgemeinen auf größere Strecken hin ziemlich konstant sein. Selbst in den Bergwerken von Joachimsthal scheint der Temperaturgradient kein außergewöhnlich hoher[1]) zu sein, und dies ist aus der verhältnismäßig sehr geringen Menge des Uranpecherz verglichen mit der des tauben Gesteines erklärlich. Herr F. Himstedt fand bei allen nichtheißen Quellen, gleichgültig, ob sie aus eruptiven oder sedimentären Gesteinen entspringen, nahezu dieselbe Radioaktivität.

Ist eine Gesteinsschicht 2 mit der Wärmeleitfähigkeit K_2 in die mit der Konstante K_1 leitende Erdkruste eingelagert, so hängt, wie einfache Rechnungen ergeben, die Größe des Temperaturgradienten 2 unter den obigen Annahmen von dem Verhältnis der Längen- zur Tiefenausdehnung in 2 ab. Erstreckt sich die Schicht horizontal sehr weit, besitzt sie aber eine Mächtigkeit, die nur $^1/_{100}$ oder weniger der Längenausdehnung beträgt, so ist der Gradient gleich $\frac{K_1}{K_2}$ multipliziert mit dem normalen Gradient in K_1. Ist dagegen die Tiefenausdehnung groß gegenüber der horizontalen, so bleibt der Gradient unverändert.

Die Änderung der Wärmeleitfähigkeit schlecht leitender Substanzen mit der Temperatur ist noch nicht sicher bekannt. Für Gesteine darf man wahrscheinlich, wie vorläufige Messungen ergeben haben, für Temperaturen unter 100^0 $K_t = K_0\ (1 - 0{,}0008\,\vartheta)$ setzen.

Für geringe Tiefen kann daher die Differentialgleichung

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_0\,(1-\alpha\vartheta)\,\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_0\,(1-\alpha\vartheta)\,\frac{\partial\vartheta}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_0\,(1-\alpha\vartheta)\,\frac{\partial\vartheta}{\partial z}\right) = -q$$

geschrieben werden. Ein intermediäres Integral, welches den Temperaturgradienten gibt, ist:

$$\frac{d\vartheta}{dr} = -\frac{q\cdot r}{3\,K_0\,(1-\alpha\vartheta)} = -\frac{0{,}0003}{1-\alpha\vartheta}\cdot\frac{r}{R}.$$

Für eine Tiefe von 2 km wäre demnach $\frac{d\vartheta}{dr}$ um etwa 5 Proz. größer. Wie man sieht, kann die Abnahme der Wärmeleitfähigkeit die Abnahme des Gradienten, die sich aus der Annahme 2 ergibt, kompensieren.

Wir wollen jetzt mit diesen Resultaten die alte Hypothese von der Abkühlung der Erde als einer ursprünglich feurig-flüssigen Kugel vergleichen. Die allgemeine Lösung wurde von Fourier[1]) gegeben, und für den Fall einer sehr großen Kugel ist von Poisson[2]) die Abkühlung nach langer Zeit in der Nähe der Oberfläche in rechnerisch brauchbarer Weise entwickelt worden. Für das Innere einer Kugel existieren, soweit dem Verfasser bekannt, keine praktisch verwendbaren Formeln.

Nach Poisson ist in der Nähe der Oberfläche

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial r} = \frac{U}{\sqrt{K\cdot\pi t}},$$

der Gradient also von r unabhängig. Wie einfache Rechnungen ergeben, muß er in größerer Tiefe weit stärker zunehmen. Die Rechnungen von Fourier gelten auch mit großer Annäherung für die später von Sedimentschichten bedeckte Erde. Die von Neumayr u. a. erhobenen Einwände sind, wie einfache Rechnungen zeigen, nicht stichhaltig.

Da die meisten Beobachtungen eher eine geringe Abnahme des Gradienten als eine Zunahme ergeben haben, da ferner die Wärmeleitfähigkeit der feuchten Gesteine mit der Tem-

1) Vgl. H. Mache und St. Meyer, Wien. Ber. 114, 378, 1905.

1) Fourier, Theorie analytique de la chaleur, Art. 301.
2) Poisson, Theorie mathématique de la chaleur, Art. 154.

peratur zunächst abnimmt, der Gradient also zunehmen müßte, vermag die Fouriersche Abkühlungshypothese den wirklichen Gang des Gradienten nicht hinreichend zu erklären. Es ist vielmehr wahrscheinlich, daß man noch die Annahme von Herrn Himstedt beiziehen muß, wonach ein Teil der Erdwärme von radioaktiven Stoffen geliefert wird. Diese Annahme wird man gemäß den Entwicklungen von 2. am besten so spezialisieren, daß diese Wärmeproduktion nach der Tiefe hin rasch abnimmt. Hierdurch ergibt sich dann in Verbindung mit der Abnahme von K mit steigender Temperatur ein konstanter Gradient.

Ob die Erklärung der Abnahme der Wärmeentwicklung mit der Tiefe in der thermodynamischen Wirkung der Temperatur gemäß den obigen Entwicklungen oder in geringerem Gehalt an radioaktiven Substanzen gesucht werden muß, läßt sich jetzt noch nicht entscheiden.

Die Radioaktivität der Thermen vermag keinen Aufschluß darüber zu geben. Aus der Temperatur läßt sich die Tiefe, in der sie entspringen, nicht ermitteln, denn vielleicht beruhen Radioaktivität und hohe Temperatur der Thermen in nicht vulkanischen Gegenden (Gastein etc.) auf der gleichen Ursache, nämlich dem Vorkommen stark radioaktiver Gesteine ganz in der Nähe der Oberfläche. Auch lassen sich die kalten Quellen, die sicher nur aus geringer Tiefe entspringen, nicht mit ihnen vergleichen, weil erstere durch Luftzirkulation den größten Teil ihrer Radioaktivität verlieren, wie dies durch Beobachtungen von Herrn J. Kaufmann[1]) sehr wahrscheinlich gemacht worden ist. Im allgemeinen sind, wie Herr St. Meyer und Herr H. Mache[2]) festgestellt haben, die kälteren, also vermutlich höher entspringenden Thermen stärker radioaktiv als die heißen. Zum Teil könnte ersteres auch durch die geringere Absorption der Emanation bei höherer Temperatur bedingt sein.

Die aus der Tiefe kommenden Produkte vulkanischer Tätigkeit, Funarolenabsätze verschiedener Art, frische und zersetzte Lava, haben nach Untersuchungen von W. J. Müller und dem Verf. an selbstgesammelten Vorkommen von Stromboli und Vulcano keine größere Radioaktivität als die Sedimentgesteine an der Erdoberfläche.

An die obigen Ergebnisse schließt sich unmittelbar die Frage, ob die für die Differentialgleichung der stationären Wärmeleitung gültigen Resultate auch noch richtig sind, wenn ein Teil der Erdwärme durch radioaktive oder chemische Prozesse geliefert wird.

Nehmen wir den für den Tunnelbau und auch sonst allein vorkommenden Fall, daß die Unregelmäßigkeiten der Begrenzung klein sind, verglichen mit dem Erdradius. Es sei eine Lösung der Differentialgleichnng $\Delta\vartheta = 0$, $\vartheta = f(x, y, z)$, wobei die yz-Ebene die ebene Erdoberfläche wäre. Damit $\Delta\vartheta = -\frac{q}{K}$ erfüllt wird, addieren wir $-\frac{q}{2K}x^2$ zu $\vartheta = f(x\,y\,z)$ hinzu. Alsdann wird der Differentialgleichung streng genügt. Die Randbedingung kann allerdings nicht mehr streng erfüllt sein; doch beträgt der Unterschied selbst für eine Erhebung von $x = 3000$ m erst $0{,}2^0$, ist also geringer als die Beobachtungsfehler bei der Bestimmung der mittleren Bodentemperatur. Ebenso sind im Innern Gradient und Temperatur nur um wenige Zehntel Prozent von den aus $\vartheta = f(x, y, z)$ sich ergebenden verschieden.

Es ist also gleichgültig, ob man die Differentialgleichung $\Delta\vartheta = 0$ oder

$$\Delta\vartheta = -\frac{q}{K}$$

den Rechnungen für die Temperaturverteilung in den geringen in der Praxis vorkommenden Abständen von der Oberfläche zugrunde legt.

Freiburg i. B.

(Eingegangen 6. März 1906.)

1) J. Kaufmann, Radioaktivität von atmosph. Niederschlägen und Grundwässern. Wien 1905, S. 11.
2) H Mache u. St. Meyer, Wien. Ber. 114, 384, 1905.

Über Gravitation und Elektromagnetismus.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von F. Wacker.

Lorentz[1]) hat die Gravitationskräfte durch die Annahme erklärt, daß die Elektronen, aus denen er sich die Materie zusammengesetzt denkt, nicht genau nach dem Coulombschen Gesetz aufeinander wirken, sondern daß die Anziehung ungleichartiger Elektronen im Verhältnis β/α größer ist als die Abstoßung gleichartiger, wo α willkürlich $= 1$ gesetzt werden kann und $2(\beta - \alpha)$ die Gravitationskonstante ist.

Daraus ergibt sich das Newtonsche Gravitationsgesetz für ruhende Körper. Für bewegte Massen kommen Zusatzglieder[2]) hinzu, welche die Geschwindigkeiten enthalten. Lorentz hat unter der Annahme, daß die Sonne eine konstante Geschwindigkeit im Äther hat, die Bewegung eines Planeten um die Sonne berechnet

1) H. A. Lorentz, Versl. K. Ac. van Wet. 8, 603, 1900.
2) H A. Lorentz, Versl. K. Ac. van Wet. 8, 616, 1900.

und die Resultate numerisch auf den Merkur angewandt, indem er voraussetzt, daß der Äther relativ zu den Fixsternen ruht.

Dabei hat er aber die träge Masse der ponderablen Körper als konstant angenommen. W. Wien[1]) weist darauf hin, daß die trägen Massen der einzelnen Elektronen, aus denen die Materie aufgebaut ist, auch von der Geschwindigkeit abhängen, daß also auch die linke Seite der Newtonschen Bewegungsgleichungen

$$m\frac{du}{dt}=f$$

modifiziert werden muß.

Ich habe das Problem durchgeführt, indem ich beide Faktoren berücksichtigt habe, also die Veränderung sowohl der Gravitationskraft, als auch der trägen Masse infolge der Bewegung.

Nach Lorentz[2]) ist es erlaubt, in der vorliegenden Frage die Einwirkung der bewegten Materie auf sich selbst allein durch die Abhängigkeit der trägen Masse von der Geschwindigkeit darzustellen und die infolge der Strahlung hinzukommenden Kräfte zu vernachlässigen.

Um die Bewegungsgleichungen aufzustellen, nehmen wir zwei Koordinatensysteme im Raum an. Das eine xyz liege im Äther fest, und zwar so, daß die z-Achse auf der angenäherten Planetenbahn senkrecht steht, das andere $\xi\eta\zeta$ dagegen soll sich mit dem Planeten derart bewegen, daß die ξ-Achse in jedem Augenblick die Richtung der Bewegung hat.

Nennen wir a, a', a''; b, b', b''; c, c', c'' die Richtungskosinusse der ξ-, η-, ζ-Achse gegen die x-, y-, z-Achsen, bedeuten m_l und m_t longitudinale resp. transversale Masse, wofür nach Abraham[3]) in erster Annäherung:

$$m_l=m_0(1+2\mathfrak{D}u^2)=m_0\left(1+\frac{6}{5}\frac{u^2}{c^2}\right)$$

$$m_t=m_0\,(1+\gamma u^2)=m_0\left(1+\frac{6}{15}\frac{u^2}{c^2}\right)$$

(c Lichtgeschwindigkeit) gesetzt werden darf, und ist u die absolute (d. h. relativ zum Äther) Geschwindigkeit des Planeten, dann heißen die Bewegungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} m_t(a\ddot{u}_x+a'\ddot{u}_y+a''\ddot{u}_z)&=af_x+a'f_y+a''f_z\\ m_t(b\ddot{u}_x+b'\ddot{u}_y+b''\ddot{u}_z)&=bf_x+b'f_y+b''f_z\\ m_t(c\ddot{u}_x+c'\ddot{u}_y+c''\ddot{u}_z)&=cf_x+c'f_y+c''f_z \end{aligned}\right\}\quad(\mathrm{I})$$

Hier sind f_x, f_y, f_z die Komponenten der nach Lorentz modifizierten Gravitationskraft. Wir können setzen:

$$f_x=F_x+F_{1x}\ \text{usw.},$$

wo F_x die x-Komponente der Newtonschen Gravitationskraft, also

$$F_x=-\frac{m_0\,\varepsilon\,x}{r^3},$$

(x die x-Koordinate des Planetenabstands bezüglich der bewegten Sonne) und F_{1x} die x-Komponente der Lorentzschen Störungskraft ist. $\varepsilon=GM$ bedeutet Produkt aus Gravitationskonstante und Sonnenmasse

Da wir die Konstanten $\mathfrak{D}$ und γ als unendlich klein auffassen, so dürfen wir in den mit ihnen multiplizierten Gliedern stets die vorkommenden Größen durch die entsprechenden der gewöhnlichen Mechanik ersetzen.

Tut man das, so läßt sich (I) auf die Form

$$\left.\begin{aligned} m_0\frac{du_x}{dt}&=F_x+F_{1x}+F_{2x}\\ m_0\frac{du_y}{dt}&=F_y+F_{1y}+F_y\\ m_0\frac{du_z}{dt}&=F_z+F_{1z}+F_{2z} \end{aligned}\right\}\quad(\mathrm{II})$$

bringen, wo F_2 eine neue Störungskraft bedeutet, die also infolge der Abhängigkeit der trägen Masse von der Geschwindigkeit auftritt. Ihre Komponenten sind für unsere spezielle Annahme des Koordinatensystems:

$$F_{2x}=-\alpha u_x\frac{du^2}{dt}+\frac{\gamma\varepsilon m_0}{r^2}u^2\cos w$$

$$F_{2y}=-\alpha u_y\frac{du^2}{dt}+\frac{\gamma\varepsilon m_0}{r^2}u^2\sin w$$

$$F_{3z}=-\alpha u_z\frac{du^2}{dt}.$$

Hier ist

$$\alpha u^2=\frac{m_l-m_t}{2},$$

also

$$\alpha=\frac{2}{5c^2}m_0$$

nach Abraham und w die wahre Anomalie. u setzt sich zusammen aus v und p, wo v die Geschwindigkeit des Planeten relativ zur Sonne und p die absolute Geschwindigkeit der Sonne bedeutet.

Aus (II) ergeben sich nun mit Hilfe der Gaußschen Formeln[1]) die anomalen Variationen der Elemente der Planetenbahn.

Die numerische Anwendung dieser skizzierten Resultate auf den Merkur ergibt: 1. Unter der Annahme, daß die Sonne im Äther ruht, und daß die Elektronen der Materie starr (Abraham)[2]) oder deformierbar (Lorentz)[3]) sind, 5,8″ oder 7,2″ säkulare Perihelverschiebung. 2. Für den Fall, daß der Äther relativ zum Fixsternsystem ruht, daß die Elektronen

1) W. Wien, Arch. néerl. (2) **5**, 96, 1900, u. Annalen d. Phys. **5**, 501, 1901.
2) H. A. Lorentz, Math. Enc. V **14**, 193.
3) Abraham, Ann. d. Phys. **10**, 105, 1903.

1) Tisserand, Méc cél. Tome I, chapitre XXVII, 433.
2) Ann. d. Phys. (4) **10**, 105, 1903.
3) Versl. Acad. Amsterdam, 27. Mai 1904.

der Materie starr sind und daß die absolute Geschwindigkeit der Sonne $p = 2 \cdot 10^6$ cm/sec. ist, 6,5″ oder 5″ säkulare Perihelverschiebung, je nachdem der Sonnenapex ($A = 270^0$, $D = 36^0$)[1]) oder nach Kobold ($A = 270^0$, $D = 0^0$) angenommen wird.

Diese Zahlen stimmen nun keineswegs mit der Beobachtung, die 40″ Perihelverschiebung ergibt, überein.

Wir müssen jedoch berücksichtigen, daß die Annahme der Größe und Richtung der absoluten Geschwindigkeit unseres Sonnensystems ganz willkürlich ist, weil sie noch unbestimmt ist, denn es gibt bis jetzt kein Experiment, bei dem die absolute Geschwindigkeit des Sonnensystems gegen den Äther bestimmt wäre. Es würde sich also fragen, ob man diese absolute Geschwindigkeit so bestimmen kann, daß alle beobachteten Annahmen der Planetenbewegung dargestellt werden.

Eine eingehendere Mitteilung der Resultate und Beweise wird in meiner demnächst erscheinenden Tübinger Dissertation, die ich auf Anregung des Herrn Dr. Gans ausgeführt habe, gegeben.

1) Eine Zusammenstellung der Koordinaten des Sonnenapex findet sich im Handwörterbuch der Astronomie von Valentiner auf S. 109 des III_2. Bds.

(Eingegangen 14. März 1906.)

Zur Stabilitätsfrage bei den Bucherer-Langevin-Elektronen.

Von P. Ehrenfest.

Herr Prof. Kaufmann hat kürzlich dargelegt[1]), inwiefern seine Messungen an den Radiumstrahlen eine Entscheidung zwischen den verschiedenen derzeit bestehenden Theorien über die Konstitution des Elektrons ermöglichen. Er zeigt: Das deformierbare Elektron von Lorentz wird durch die Messungen ausgeschlossen. Eine Entscheidung zwischen dem Abrahamschen starren Elektron und dem Bucherer-Langevinschen deformierbaren Elektron ist auf Grund der vorliegenden Messungen nicht möglich.

Bei diesem Stand der Frage dürfte es erlaubt sein, auf eine — allerdings nur begriffliche — Schwierigkeit bei den deformierten Elektronen hinzuweisen: die Frage der Stabilität.

Das von Herrn Abraham definierte starre Elektron ist stabil, denn seine Form wird durch die rein kinematische Bedingung der Starrheit garantiert.[2])

Die Herren Bucherer und Langevin hingegen legen ihrem deformierbaren Elektron als einzige Bedingung die Bedingung konstanten Volumens bei allen Deformationen auf. Da sie außer den elektromagnetischen Kräften und den Reaktionen der obigen kinematischen Bedingung keine weitere Kraft zu Hilfe nehmen[1]), ist die Stabilität noch erst zu erweisen.

Es läßt sich zeigen, daß das B.-L.-Elektron bei gleichförmiger Translation, das der betreffenden Translationsgeschwindigkeit entsprechende „Heaviside-Ellipsoid" als Gleichgewichtsform besitzt. Die Stabilität dieser Gleichgewichtsformen wurde, soweit mir bekannt ist, nicht untersucht. Daß sie aber wahrscheinlich instabil sind, dürfte durch folgende Überlegung ersichtlich werden:

Betrachten wir das Bucherer-Langevin-Elektron in seinem einfachsten Zustand: ruhend unter der Wirkung nur seines eigenen elektrostatischen Abstoßungsfeldes. Seine Gleichgewichtsform ist dann eine Kugel. Ist diese Gleichgewichtsform stabil? Es genügt offenbar, für irgendeine möglichst bequem gewählte Störung die Instabilität nachzuweisen. Man denke nun das ruhende Elektron aus der Kugelform in irgendein ruhendes, nichtkugelförmiges Gebilde gleichen Volumens deformiert. Man kann dann zeigen, daß die potentielle Energie des Elektrons in seiner Kugelform größer ist, als in der deformierten Form.

Man hat da zunächst zwischen zwei Annahmen zu unterscheiden, die aber weiterhin zum selben Resultat führen:

1. Annahme: die Ladung des Elektrons besteht in einer homogenen Volumladung. Dasselbe Problem im Fall der Newtonschen wechselseitigen Anziehung der Teile eines Flüssigkeitsballes ist ausführlich abgehandelt in „Figures d'équilibre d'une masse fluide" von Poincaré (1902). Das Ergebnis ist (Theorem von Liapunoff): Die kugelförmige Anordnung besitzt die kleinste potentielle Energie unter allen volumgleichen Anordnungen einer vorgegebenen gravitierenden Masse. Da es sich im vorliegenden Fall um Abstoßungen handelt, hat die potentielle Energie entgegengesetztes Vorzeichen, und man erhält: Das besprochene Elektron hat im Falle der Ruhe bei homogener Volumladung die Kugelform zur Gleichgewichtsform, aber es besitzt dabei einen größern Inhalt an potentieller Energie als für jede andere ruhende volumengleiche homogene Verteilung.

2. Annahme: Die Ladung des Elektrons bestehe in einer Oberflächenladung. Bei der oben angegebenen Deformation nimmt sie dann eine neue Gleichgewichtsverteilung an. Da die Gesamtladung dieselbe bleibt, ändert sich die potentielle Energie sowie die reziproke Kapazität. Nun hat Liapunoff bewiesen, daß die Kapazität der Kugel unter allen

1) W. Kaufmann, Über die Konstitution des Elektrons. Annal. d. Phys. **19**, 487, 1906. Daselbst auch die anderen Literaturangaben.

2) Siehe Abraham, Theorie der Elektriz. **2**, 141—147, u. 201—208.

1) W. Kaufmann l. c. S. 494 „Von dieser Schwierigkeit frei . . ."

volumengleichen Körpern ein Minimum ist — also bei vorgegebener Gesamtoberflächenladung die potentielle Energie ein Maximum. (Siehe Fig. d. Equil. S. 17.)

Das Bucherer-Langevin-Elektron, dessen Gleichgewichtsform im Fall der Ruhe die Kugelgestalt ist, besitzt somit in diesem Gleichgewichtszustand ein Maximum von potentieller Energie gegenüber beliebigen Deformationen in volumengleiche ruhende Gebilde:

Überläßt man ein solches (künstlich) deformiertes ruhendes Elektron seinem eigenen elektrostatischen Abstoßungsfeld, so kann es nicht mehr von selber seine Kugelgestalt annehmen, vielmehr entfernt es sich — wenigstens zunächst — noch weiter von der Kugelgestalt: Es ist bereit, bei Konstanz des Volumens unter der Wirkung seiner elektrostatischen Abstoßungskräfte zu zerfließen.

Diese Instabilität käme besonders in Betracht gegenüber so turbulenten Prozessen, wie sie die Theorie etwa bei Gasentladungen voraussetzt.[1])

Herr Abraham hat gezeigt, daß für das Lorentzsche deformierbare Elektron durch das Energieprinzip das Eingreifen außerelektromagnetischer Kräfte im Elektron gefordert wird. Es wurde, soviel mir bekannt ist, nicht festgestellt, ob diese außerelektromagnetischen Kräfte so gewählt werden können, daß die Gleichgewichtsformen des Lorentz-Elektrons stabil sind.

1) (B. d. Korrektur auf Grund einer Erläuterung d. H. Prof. Kaufmann:) Man kann die Frage nach der Stabilität und überhaupt nach der Dynamik der Deformation des Elektrons ablehnen, indem man einfach axiomatisch festsetzt, daß das Elektron bei jeder Geschwindigkeit eine bestimmte Gestalt hat und nur noch dem Energie- und Schwerpunktsatz Rechnung trägt.

Wien, 20. März 1906.

(Eingegangen 22. März 1906.)

Über eine Methode zur Erzeugung phasenverschobener schneller Schwingungen.

Von L. Mandelstam und N. Papalexi.

Einleitung.

Die Stromintensität i wird bei einer einfachen Kondensatorentladung im allgemeinen hinreichend genau durch

(1) $$i = ae^{-\vartheta t} \sin(\nu t + \alpha)$$

dargestellt. Werden mehrere Kondensatorkreise miteinander gekoppelt, so entstehen in jedem von diesen Kreisen Ströme, die sich im allgemeinen als Summe von solchen gedämpften Sinusfunktionen darstellen lassen.

Methoden, phasenverschobene schnelle Schwingungen zu erzeugen, wurden von Prof. Braun[1]) angegeben, und zwar kommen bei diesen Methoden gekoppelte Kondensatorkreise zur Anwendung. Die dabei in der Regel benutzte enge Koppelung bewirkt jedoch das Entstehen von mehreren Partialschwingungen.

Auf Veranlassung des Herrn Prof. Braun haben wir deshalb nach einer Methode gesucht, welche gestattet, in zwei Kreisen Phasenverschiebungen herzustellen, so daß in jedem der Kreise der Strom die einfache Form (1) hat. Für das lebhafte Interesse, welches Herr Prof. Braun dem Fortgange unserer Arbeit entgegengebracht hat, sagen wir ihm an dieser Stelle unseren herzlichsten Dank.

Theoretischer Teil.

Wir bezeichnen durchweg mit p bezw. P Selbstinduktionskoeffizienten, mit c Kapazitäten, mit ν oder n zyklische Schwingungszahlen, mit ϑ oder ε Dämpfungsfaktoren. Auf welche Teile sich die Indices beziehen, ist aus dem Zusammenhange bezw. den Figuren ohne weiteres zu entnehmen. Die Versuchsanordnung ist aus der Fig. 1 zu ersehen. Unter dem Kreise I ist der Kreis $f_1 c_1' p_1 c_1''$, II der Kreis $f_2 c_2' p_2 c_2''$, III der Kreis $f_1 c_3' p_3 c_2 p_2 c_2'' p_3'' c_3''$ gemeint. Die Kreise I und II sind möglichst identisch gemacht. Der Kreis II soll mit einer gegebenen Phasendifferenz gegen I schwingen.

Es seien q_1, q_2 und i_1, i_2 die Elektrizitätsmengen und Stromstärken im ersten resp. zweiten Kreise (Fig. 1). Da die Kreise I und

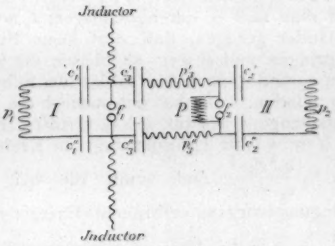


Fig. 1.

II mit dem mittleren Kreise $f_1 c_3' p_3' f_2 p_3' c_3''$ nur durch die Funkenstrecken f_1 und f_2, also praktisch gar nicht, gekoppelt sind, so gelten für jeden die Thomsonschen Gleichungen.

Der Vorgang ist im wesentlichen der folgende. Der Induktor ladet die Kapazitäten

$$c_1 = \frac{c_1' c_1''}{c_1' + c_1''}$$

und

$$c_3 = \frac{c_3' c_3''}{c_3' + c_3''}$$

bis zur Durchschlagsspannung ψ_{10} von f_1. Es

1) F. Braun, diese Zeitschr. **5**, 196, 1904; Electrician **58**, 546–549, 1906.

ist nämlich P ein sehr großer induktiver oder Ohmscher Widerstand (in unserem Falle belief sich der Selbstinduktionskoeffizient der Spule P auf ca. 0,25 Henri), welcher bewirkt, daß

$$c_2 = \frac{c_2' c_2''}{c_2' + c_2''}$$

nicht mit geladen wird. Wegen seiner Größe kann er bei der Entladung unberücksichtigt bleiben. Nach dem Durchbrechen der Funkenstrecke f_1 setzen die Kreise I und III gleichzeitig ein. Setzen wir in diesem Moment $t = 0$, so ist

$$(2) \qquad i_1 = -\frac{\psi_{10}}{p_1 \nu} e^{-\delta t} \sin \nu t.$$

Nach Verlauf einer Zeit t_1, welche durch die Konstanten des Kreises III gegeben ist, wie weiter unten ausgeführt wird, bricht f_2 durch und der Kreis II setzt ein. Von $t = t_1$ an gilt für i_2 die Formel

$$(3) \qquad i_2 = -a_2 e^{-\delta(t-t_1)} \sin [\nu(t-t_1) + \alpha_2].$$

Die Kreise I und II schwingen von da ab mit der Phasendifferenz

$$(3a) \qquad \gamma = \nu t_1 - \alpha_2.$$

Es handelt sich nun darum, aus den Konstanten des Kreises III die Größen t_1, a_2 und α_2 zu bestimmen. Wir beschränken uns auf den Fall, daß die Funkenstrecke f_2 auf die maximal erreichbare Spannung eingestellt ist. Von Zeitmoment $t = 0$ gilt für die Stromstärke i_3 des Kreises III die Thomsonsche Differentialgleichung (P dabei weggedacht). Die in den Kreis III eingeladene Energie ist gleich $\frac{1}{2} c_3 \psi_{10}^2$. Denkt man sich f_1 durchgeschlagen, f_2 so weit auseinander gezogen, daß dort keine Funken überspringen und P weg, so bleiben die Kapazitäten c_2 und c_3 nach dem Ablauf der Schwingungen geladen.[1]) Es hat sich nämlich die Elektrizitätsmenge $c_3 \psi_{10}$ auf $c_2 + c_3$ verteilt. Es ist dann ($t = \infty$) die Energiemenge im Kreise III gleich $\frac{1}{2} \frac{c_3^2 \psi_{10}^2}{c_2 + c_3}$ und somit die bei dem Schwingungsvorgang verbrauchte Energie gleich

$$\frac{1}{2} \frac{c_2 c_3}{c_2 + c_3} \psi_{10}^2.$$

Die Stromstärke i_3 läßt sich demnach berechnen, als ob die Kapazitäten c_2 und c_3 hintereinander geladen würden. Denn es ist in diesem Falle und in dem tatsächlich vorliegenden die Differentialgleichung zur Bestimmung von i_3 dieselbe. Ebenso sind die beiden Bedingungen $i_3 = 0$ zur Zeit $t = 0$ und der Wert von $\int_0^\infty i_3^2 dt$, aus welchen die Integrationskonstanten bestimmt werden können, identisch. Es ist also

$$(4) \qquad i_3 = -\frac{A}{n}(n^2 + \varepsilon^2) e^{-\varepsilon t} \sin nt,$$

wo $A = \psi_{10} \frac{c_2 c_3}{c_2 + c_3}$ ist.

Die Spannung ψ_2 an f_2 ist (ohne Berücksichtigung der Dämpfung)

$$(5) \qquad \psi_2 = p_2 \frac{\partial i_3}{\partial t} + \frac{q_2}{c_2} = -A p_2 [(n^2 - \nu^2) \cos nt + \nu^2],$$

wo q_2 sich aus $\frac{\partial q_2}{\partial t} = i_3$ und $(q_2)_{t=0} = 0$ zu

$$(5a) \qquad q_2 = A (\cos nt - 1)$$

ergibt. ψ_2 erreicht ein Maximum[1]) für

$$(6) \qquad t = \varkappa \frac{\pi}{n},$$

wo $\varkappa$ eine ganze Zahl ist, gerade oder ungerade, je nachdem $\nu \lessgtr n$ ist. Der Wert ψ_2 max. für $\varkappa$ gerade ist gleich $-A p_2 n^2$, für $\varkappa$ ungerade $-A_1 p_2 (2\nu^2 - n^2)$. Die Art der Maxima für gerade und ungerade $\varkappa$ ist wesentlich verschieden:

a) Die ersten treten ein, wenn q_2 ein Minimum ist, der Kreis II also, auf den es allein ankommt, wenig Energie enthält.

b) Die zweiten treten ein, wenn q_2 ein Maximum ist.

Der Wert der letzteren ist größer als der der ersten, falls $\nu > n$ ist. Diese Bedingung muß also erfüllt werden, damit f_2 erst durchbricht, wenn die Kapazitäten c_2', c_2'' geladen sind.

Die Gleichungen (4) und (5) gelten selbstverständlich nur von der Zeit

$$t = 0 \text{ bis } t = t_1 = \frac{\pi}{n}$$

dem Eintreten des ersten ungeraden Maximums. Hat ψ_2 diesen Wert erreicht, so setzt f_2 ein, und von da ab gelten die Gleichungen (2) und (3). Aus (2), (3), (5) und (6) erhalten wir:

$$i_1 = -\frac{\psi_{10}}{p_1 \nu} e^{-\delta t} \sin \nu t$$

$$(7) \qquad i_2 = -\frac{\psi_{10}}{p_2 \nu} \frac{2 c_3}{c_3 + c_3} e^{-\delta\left(t - \frac{\pi}{n}\right)} \sin \left[\nu\left(t - \frac{\pi}{n}\right) + \pi\right]$$

Denn

$$t_1 = \frac{\pi}{n}, \quad (i_2)_{t=t_1} = (i_3)_{t=t_1} = 0$$

und $(q_2)_{=t_1} = -2A$ aus (5a) und dann folgt

$$\alpha_2 = \pi, \quad a_2 = \frac{\psi_{10}}{p_2 \nu} \frac{2 c_3}{c_2 + c_3}.$$

Die gesuchte Phasendifferenz zwischen den beiden Kreisen ist also

$$(8) \qquad \gamma = \frac{\pi}{n}(\nu - n).$$

1) In Wirklichkeit entladen sich allerdings nachher $c_2 + c_3$ durch P. Wegen der Größe von P kommt aber dieser Vorgang für die angeführte Überlegung nicht in Betracht.

1) Der scheinbare Widerspruch, daß ψ_2 ein Maximum besitzt für $t = 0$, liegt in der Annahme, daß die Thomsonsche Gleichung von $t = 0$ an gilt. In Wirklichkeit kann wohl der Gleichung nur nach einer bestimmten, allerdings sehr kurzen Zeit nach dem Durchschlagen von f_1, Gültigkeit zugeschrieben werden.

Es sei noch folgendes bemerkt. Da es ja nur auf die Energieumsetzung in den Kreisen I und II ankommt, so können wir als Wirkungsgrad η der Anordnung den Bruch

$$\eta = \frac{(q_2^2)_{t=t_1}}{{}^1/_2 c_3 \psi_{10}^2} = \frac{2c_2}{{}^1/_2 c_3 \psi_{10}^2} = \frac{4c_2c_3}{(c_2+c_3)^2} \tag{9}$$

bezeichnen. Daraus folgt $\eta_{max} = 1$ bei $c_2 = c_3$. Selbstverständlich wird durch die Dämpfung dieses Maximum etwas herabgesetzt.

Experimenteller Teil.

1. Um die Anschauung, die dieser Berechnung zugrunde liegt, experimentell zu stützen, wurde u. a. folgender Versuch angestellt. Der Kreis I (Fig. 1) ist abgeschaltet. $c_2 = c_3 =$ ca. 3500 cm. $n =$ ca. $1{,}5 \cdot 10^6$ [sec^{-1}]. Nach dem Durchbrechen des Funkens f_1 setzt, wie oben ausgeführt, der Kreis III ein. Nach einer halben Schwingung bricht f_2 durch, die ganze Energiemenge ist im Kreis II aufgespeichert, $p_3' c_3 f_1 c_3'' p_3''$ muß weiter stromlos sein. Der Funke f_1 wurde im rotierenden Spiegel photographiert und ergab (Fig. 2) tatsächlich nur einen hellen Streifen, welcher der ersten halben Schwingung entspricht. Zur Kontrolle wurde nun der Funkenmikrometer an f_2 so weit auseinander gezogen, daß keine Funken übergingen und f_1 nochmals photographiert. Die Photographie (Fig. 3) gibt das Bild der gewöhnlichen Flaschenentladung wieder.

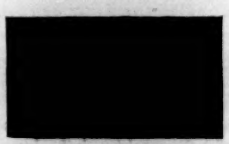


Fig. 2.

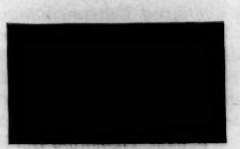


Fig. 3.

Man sieht bei diesem Versuch schon mit bloßem Auge den Helligkeitsunterschied in f_1, wenn f_2 spielt oder nicht. Das kann als Kontrolle dienen, ob P genügend groß ist.

2. Die Phasenverschiebungen zwischen I und II wurden gemessen nach der Methode, welche Prof. Braun[1]) angegeben hat. Diese Methode besteht darin, daß man aus jedem der Kreise I und II auf zwei getrennte Spulen p', p'' eines Resonanzkreises in möglichst loser Koppelung induzieren läßt. Sind die beiden Komponenten vorher möglichst gleich gemacht und zeigt das im Resonanzkreis befindliche Meßinstrument, dessen Angaben proportional $\int_0^\infty i^2 dt$ sind, bei „Gegeneinanderschaltung" den Ausschlag $\mathcal{J}_1$ und bei „Hintereinanderschaltung" den Ausschlag $\mathcal{J}_2$, so ist die Phasendifferenz γ_1 gegeben aus

$$tg^2 \gamma_{1/2} = \frac{\mathcal{J}_1}{\mathcal{J}_2}. \tag{10}$$

Diese Beziehung ist natürlich streng richtig nur für reine Sinusschwingungen, die gleichzeitig auf den Resonanzkreis einzuwirken anfangen. Bei unseren Versuchen waren diese beiden Voraussetzungen nicht erfüllt. Die Korrektionen, die man deswegen an die Formel (10) anbringen muß, sind aber infolge des verhältnismäßig kleinen logarithmischen Dekrements von derselben Ordnung wie die Beobachtungsfehler und können deshalb unberücksichtigt bleiben.

Die Versuchsanordnung ist schematisch in Fig. 4 dargestellt. u_1 und u_2 sind Umschalter,

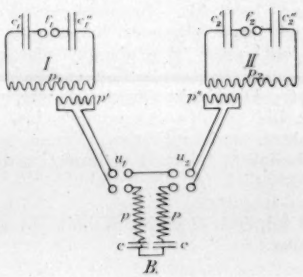


Fig. 4.

die gestatten, die Sekundärspulen p', p'' in vier verschiedenen Arten miteinander und den übrigen Teilen des Resonanzkreises zu verbinden. Zwei Lagen der Umschalter entsprechen der „Hinter-", zwei andere der „Gegeneinanderschaltung".

Als Meßinstrument diente ein Bolometer in der von Tissot[1]) angegebenen Brückenkombination. Das Bolometer bestand aus dünnem (0,04 mm) Platindraht von ca. 1,2 Ω Widerstand; die Empfindlichkeit des Galvanometers (System Deprez d'Arsonval) betrug $8 \cdot 10^{-9}$ bei einem Skalenabstand von 50 cm. Der gesamte Widerstand des Galvanometerzweiges war 1050 Ω. Der Bolometerdraht (B) wurde direkt

1) Diese Zeitschr. **5**, 199, 1904.

1) Tissot, Journ. de Phys. (4) **3**, 524 u. 751, 1904.

in den Resonanzkreis eingeschaltet und befand sich zwischen zwei gleichen regulierbaren Kondensatoren, was wesentlich ist, falls man keine streng quasistationäre Strömung hat.[1])

Damit die Methode quantitative Schlüsse nach (10) gestattet, ist es sehr wesentlich, daß die Induktionswirkungen von I resp. II auf p' resp. p'' sich beschränken, nicht aber auf andere Teile der Strombahn des Resonanzkreises sich erstrecken.[1]) Es wurden daher die Spulen p', p'' möglichst nahe an I resp. II gebracht, die Zuleitungen zu ihnen aus umeinander gedrillten Drähten gemacht und die übrige Selbstinduktion im Resonanzkreis in Form von geschlossenen Ringspulen verwendet.

Als Kontrolle, daß die unerwünschten Induktionswirkungen eliminiert sind, dient folgender Versuch. Eine von den Spulen p', p'' wird, ohne daß sie aus dem Resonanzkreis ausgeschaltet wird, von dem betreffenden Kreis I oder II entfernt und der Resonanzausschlag gemessen. Dieser muß sich nicht ändern bei allen vier Stellungen der Umschalter u_1, u_2.

Es wurde oben stillschweigend vorausgesetzt, daß jeder Länge der Funkenstrecke auch eine bestimmte Durchschlagsspannung entspricht. Das kann man am besten erreichen, indem man die Funkenstrecke mit einem kräftigen Ionisator bestrahlt. Bei unseren Versuchen haben wir uns folgender Anordnung bedient. Das Licht einer Bogenlampe wurde mittels einer Quarzlinse auf die Funkenstrecke f_1 konzentriert. Die Funkenstrecke f_2 war möglichst nahe (4 bis 5 cm) an die zuerst einsetzende f_1 angeordnet und auf diese Weise genügend stark belichtet. Die Belichtung erwies sich sehr wesentlich für die Regelmäßigkeit der erhaltenen Resultate.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate der gemachten Versuche. Dabei waren

$$c_1 = c_2 = c_3 = 800 \text{ cm}.$$

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{p_1 c_1}} = \frac{1}{\sqrt{p_2 c_2}} = \text{ca. } 1{,}2 \cdot 10^7 \text{ [sec}^{-1}\text{]}$$

p_3 und somit

$$n = \sqrt{\frac{2}{c_3 (p_3 + p_2)}}$$

wurde variiert, wie aus der Tabelle zu ersehen ist. Es bedeutet weiter, wie oben, γ_1 die beobachtete, γ die nach der Formel 8 berechnete Phasendifferenz in Graden.

$\frac{\nu}{n}$	2,28	2,49	2,67	2,78	2,93
$\gamma = \pi \frac{\nu - n}{n}$	231°	269°	300°	321°	348°
$\gamma_1 + \pi$	250°	270°	298°	313°	341°

1) Braun, l. c.

Diese Werte von γ ergeben sich, weil wir die Phasendifferenz γ aus (3a) definiert haben. Die Abweichungen der beobachteten von den berechneten Werten, welche z. B. von der Inkonstanz des Funkenpotentials herrühren, müssen aber bezüglich der Größe

$$t_1 = \frac{\gamma + \pi}{\nu} = \frac{\pi}{n}$$

beurteilt werden. Die bei Anwendungen hauptsächlich in Betracht kommenden Phasendifferenzen γ' ergeben sich aus γ nach dem Abzug einer ganzen Zahl von Perioden. Daraus ersieht man, daß, obwohl die prozentischen Abweichungen zwischen den berechneten und beobachteten Werten der Phasendifferenz, wie die Tabelle zeigt, klein sind, die Formel (8) doch nur eine ungefähre Berechnung der in Betracht kommenden Phasendifferenzen zuläßt.

Straßburg i. E., Physik. Inst. d. Universität, März 1905.

(Eingegangen 7. März 1906.)

Über den photoelektrischen Effekt am Selen

Von Camillo Carpini.[1])

1. Viele Experimentatoren haben den Einfluß der Temperatur auf die Leitfähigkeit des Selens untersucht, und zwar sowohl im Dunkeln als auch bei Exposition gegen das Licht. So hat Hittorf[2]) bemerkt, daß der Widerstand des Selens bis zu 210° mit wachsender Temperatur fortgesetzt abnahm, jenseits dieses Punktes aber plötzlich zunahm. Draper und Moß[3]) haben gezeigt, daß dieses Gesetz nicht immer zutrifft, daß nämlich auch gewisse Varietäten des Selens existieren, bei denen der Widerstand mit wachsender Temperatur auch wächst. Analoge Folgerungen haben Siemens[4]), Mercadier[5]), Bidwell[6]), Pochettino[7]) und Ruhmer[8]) aus ihren Untersuchungen gezogen. Das Selen kann sonach der Temperatur gegenüber ein sehr verschiedenes Verhalten zeigen, und zwar rührt das her von seiner instabilen Konstitution in den verschiedenen allotropen Formen, welche noch nicht allzu genau bekannt sind und eine genaue Definition der Konstitution des gerade untersuchten Selens nicht gestatten.

Bei all diesen verschiedenen Untersuchungen hat sich anscheinend niemand die Frage vorgelegt, was eigentlich bei einer Temperatur-

1) Lincei Rend. (5) **14**, [2] 667—673, 1905.
2) Pogg. Ann. **84**, 214, 1851.
3) Proc. Roy. Irish Acad. 1873. — Nature 1875.
4) Pogg. Ann. **159**, 117, 1876.
5) Journ. de Phys. 1904.
6) Phil. Mag. **31**, 251, 1891.
7) Lincei Rend. 1902, [1] 286.
8) Diese Zeitschr. 1901—1902.

änderung aus dem photoelektrischen Effekt wird. Bidwell hat die Frage angeregt durch die von ihm zur Erklärung des photoelektrischen Effektes gemachte Annahme, daß das Licht die Bildung leitender Selenverbindungen bedinge, welche sich dann im Dunkeln wiederum zersetzen. Um diese Frage zu lösen, hat Pochettino die Intensität des photoelektrischen Effekts an einer Zelle von Richard Müller-Uri (Braunschweig) bei Zimmertemperatur und bei der Temperatur der flüssigen Luft untersucht. Er erhielt für den photoelektrischen Effekt bei gewöhnlicher Temperatur:

$$\frac{r-r_1}{r} = \frac{31000-18000}{31000} = 0{,}4,$$

dagegen bei der Siedetemperatur der flüssigen Luft:

$$\frac{r-r_1}{r} = \frac{2600-1900}{2600} = 0{,}3.$$

Der Effekt besteht also auch bei dieser tiefen Temperatur, jedoch in etwas schwächerem Grade. Es erschien somit die Bidwellsche Hypothese unwahrscheinlich, da eine chemische Reaktion bei der tiefen Temperatur nur schwer vor sich gehen kann. Wenn indessen die Bestimmungen von Pochettino dazu führen, eine sehr kleine Änderung des photoelektrischen Effekts beim Übergang zu tiefen Temperaturen anzunehmen, so bleibt noch die Frage offen, was bei hohen Temperaturen eintritt. Mit dieser Frage habe ich mich nun in der vorliegenden Untersuchung beschäftigt.

Die von mir benutzte Versuchsanordnung war folgende: Eine Siemenssche Universalmeßbrücke gestattete mir, Widerstände von mehr als 15000 Ohm mit einer Genauigkeit von 1 Proz. zu messen. Der Strom, welcher durch die Zelle ging, rührte von einem vollständig konstanten Normalelement her, welches ich nur im Moment der Beobachtung schloß. Ich benutzte ein Deprez-D'Arsonval-Galvanometer von hinreichender Empfindlichkeit. Die Selenzelle stand auf dem Boden eines kleinen rechteckigen Blechkastens, welcher vorn durch eine Glasplatte verschlossen war, um zu verhindern, daß durch Luftströmungen ihre Temperatur verändert würde. Dieser Kasten ragte in das Innere eines anderen mit Wasser gefüllten Behälters hinein; das Wasser konnte durch Erhitzen von unten her mittels eines Bunsenbrenners zum Kochen gebracht werden. Ein in Zehntelgrade geteiltes Thermometer war durch einen in ein Loch in der Glasplatte eingesetzten Korkstopfen in das Innere des kleinen Kastens eingeführt und zeigte die Temperatur der Zelle an. Ein Schirm aus starkem schwarzen Karton, welcher in zwei an der Vorderseite des weiteren Kastens angebrachten Nuten lief, diente dazu, die Zelle zu verdunkeln oder sie dem Lichte auszusetzen. Die Versuche wurden in einem vollständig schwarz gestrichenen Zimmer ausgeführt, damit sich nicht die Wirkung des diffusen Lichtes über den Haupteffekt überlagerte, welcher durch das Licht einer Hefner-Alteneckschen Amylacetatlampe hervorgebracht wurde. Ich habe diesem Lichte gegenüber dem einer Kerze den Vorzug gegeben, einmal wegen seiner Regelmäßigkeit, dann auch, weil, wie bekannt, die am stärksten wirksamen Strahlen die gelben sind.[1])

Die Versuche von Majorana[2]) und von Ruhmer[3]) haben gezeigt, daß die photoelektrischen Erscheinungen am Selen nicht mit großer Schnelligkeit vor sich gehen; indessen erfolgt die Widerstandsabnahme beim Übergang von der Dunkelheit zum Lichte schneller als die Rückkehr zum anfänglichen Werte des Widerstands beim Übergang im umgekehrten Sinne. Der Widerstand wird im ersten Falle nach 5 Minuten, im zweiten Falle nach 15 Minuten nahezu konstant. Ich habe deshalb bei den Messungen immer 5 oder 15 Minuten, je nach den Umständen, gewartet, bevor ich die Ablesung des Widerstands ausführte. Eine Belichtungsdauer von 5 Minuten führte keinerlei Temperaturerhöhung der Zelle herbei, wovon ich mich mittels des angebrachten Thermometers überzeugt habe.

Die Beobachtungen wurden bei einer und derselben Temperatur abwechselnd bei Dunkelheit und bei Belichtung angestellt, um zu sehen, ob die Zelle immer denselben Widerstand annehme. Es diente mir daher jede Beobachtung bei Dunkelheit zweimal zur Berechnung des photoelektrischen Effekts.

Die Zellen, mit denen ich experimentiert habe, zerfallen in zwei Arten: eine erste Zelle gehört den Erzeugnissen von Müller-Uri an; weitere vier habe ich in der Weise hergestellt, daß ich über kleine Schieferplatten (von 3 mal 2 cm) zwei dünne Kupferdrähte zog, welche im Abstande von 0,7 mm voneinander parallel verlaufen. Bei der Herstellung dieser Zellen benutzte ich einen kleinen Ofen, um die Schieferplättchen auf eine Temperatur von 220° zu erhitzen, und ein Paraffinbad von 190°, in welchem ich die Zellen, unter Anwendung geeigneter Vorsichtsmaßregeln, längere Zeit beließ, damit die Kristallisation des Selens erfolgte.

Bevor ich eine systematische Untersuchung der Erscheinung unternahm, wollte ich mich darüber vergewissern, ob zwischem dem photoelektrischen Effekte bei Zimmertemperatur und demjenigen bei der Siedetemperatur des Wassers eine merkliche Änderung vorhanden sei. Über

1) Minchin, Phil. Mag. **31**, 207, 1891.
2) Lincei Rend. 1894, [1] 183.
3) a. a. O.

diesen ersten Teil meiner Arbeit nun will ich hier berichten.

Die Zelle von Müller-Uri wurde verschiedenen Übergängen von der Zimmertemperatur zur Siedetemperatur des Wassers unterworfen. Auf diese Weise wollte ich mich nämlich davon überzeugen, ob nicht etwa die beobachtete Erscheinung irgendeiner zufälligen Ursache zuzuschreiben sei; auch wollte ich auf diese Weise sehen, ob sich die Zelle immer gleichmäßig verhalte. Ich teile in der folgenden Tabelle I die Beobachtungen mit, welche ich bei den verschiedenen Temperaturen nacheinander gemacht habe: der angegebene zugehörige photoelektrische Effekt ist der Mittelwert aus zahlreichen übereinstimmenden Versuchen.

Tabelle I.

Temperatur	Widerstand bei Dunkelheit	Widerstand bei Belichtung	Photoelektrischer Effekt
8,20	27300	18450	0,324
96,30	3200	2990	0,065
12,22	19240	13430	0,302
96,84	3650	3380	0,073
0,00	29960	19500	0,349
96,40	3270	3045	0,069

Aus dieser Tabelle ist deutlich zu ersehen, daß der photoelektrische Effekt beim Übergang von einer mittleren Temperatur von 7^0 zu einer mittleren Temperatur von 96^0 sich von 0,32 auf 0,07 ändert; das entspricht einer mittleren Änderung von 0,003 für jeden Grad.

Die Beobachtungen, welche ich an den von mir hergestellten Zellen gemacht habe, bestätigen sämtlich das vorstehende Ergebnis, obgleich diese Zellen einen viel höheren Widerstand zeigten, als die Müller-Urische Zelle. Naturgemäß wird der photoelektrische Effekt bei derselben Temperatur nicht mehr der gleiche sein wie zuvor, da er ja mit der Art des verwendeten Selens und mit der Herstellungsweise der Zelle sich ändert. Ich teile hier die Erfahrungen mit einer der vier Zellen mit.

Tabelle II.

Temperatur	Widerstand bei Dunkelheit	Widerstand bei Belichtung	Photoelektrischer Effekt
10 00	137000	109000	0,205
98.80	19590	18290	0,066
11,20	128000	93000	0,273
98,80	19400	18000	0,072
9,80	151000	114000	0,245
98,20	19500	18100	0,074
10,40	135000	99000	0,266

Obgleich der Widerstand bei Zimmertemperatur von Fall zu Fall ziemlich verschieden ist, ist doch der photoelektrische Effekt nicht merklich verändert. Es ergibt sich, daß der photoelektrische Effekt bei einer mittleren Temperatur von 10^0 0,247 beträgt, während er bei 98^0 0,070 beträgt; wir haben also eine mittlere Änderung von 0,002 für jeden Grad.

Für die übrigen Zellen habe ich die folgenden Mittelwerte erhalten:

Zelle Nr. 3. — Temperatur 12^0.

Photoelektrischer Effekt

$$= \frac{157000-112000}{157000} = 0{,}223. \quad (? = 0{,}263.\ \text{Der Übersetzer.})$$

Temperatur 97^0.

Photoelektrischer Effekt

$$= \frac{32700-30000}{32700} = 0{,}082.$$

Mittlere Änderung pro Grad = 0,002.

Zelle Nr. 4. — Temperatur 10^0.

Photoelektrischer Effekt

$$= \frac{132000-96200}{132000} = 0{,}271.$$

Temperatur 98^0.

Photoelektrischer Effekt

$$= \frac{18700-17300}{18700} = 0{,}075.$$

Mittlere Änderung pro Grad = 0,002.

Zelle Nr. 5. — Temperatur 9^0.

Photoelektrischer Effekt

$$= \frac{142000-109000}{142000} = 0{,}232.$$

Temperatur 98^0.

Photoelektrischer Effekt

$$= \frac{20100-18700}{20100} = 0{,}069.$$

Mittlere Änderung pro Grad = 0,002.

Man darf also, wie ich glaube, schließen, daß der photoelektrische Effekt beim Selen, wenigstens unter den von mir angewandten Bedingungen, in dem Intervall von 0^0 bis 100^0 sich merklich mit der Temperatur ändert, genauer gesprochen, mit wachsender Temperatur abnimmt.

2. Einige Forscher, wie Rose[1]), Adams[2]), Siemens[3]), Hopius[4]) und Ruhmer[5]), haben sich damit beschäftigt, die Änderung des photoelektrischen Effekts mit der Intensität des Lichtes zu untersuchen. Ruhmer verwandte eine Bogenlampe und zeichnete einige Kurven auf, welche hyperbolisch verlaufen. Aus diesen Kurven kann man den Widerstand der Zelle als Funktion der Lux ableiten und so zwei Arten des Selens unterscheiden: das weiche Selen, welches gegen eine geringe Beleuchtungsstärke sehr empfindlich ist, und das harte

1) Phil. Mag. (4) **47**, 161.
2) Proc. Roy. Soc. **23**, 535, 1875.
3) Pogg. Ann. **159**, 117, 1876.
4) Journ. de la Soc. Phys.-Chim. Russe No. 7, 1903.
5) Diese Zeitschr. **3**, 468, 1902.

Selen, welches seinerseits gegen große Beleuchtungsstärken empfindlich ist.

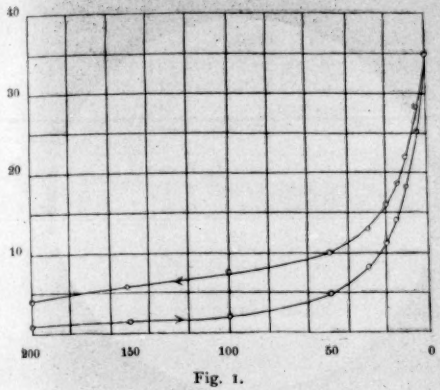


Fig. 1.

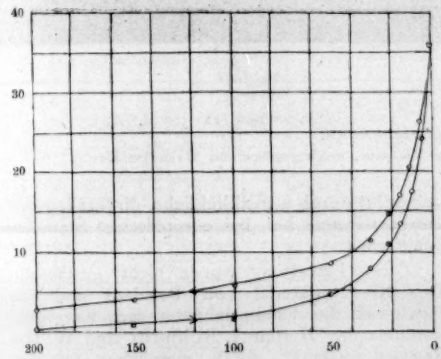


Fig. 2.

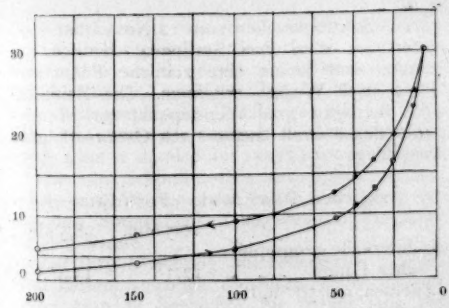


Fig. 3.

Ich wollte sehen, was aus diesen Kurven wird, wenn die Lichtintensität von einem Minimum bis zu einem Maximum ansteigt und dann wieder zu dem früheren Minimum zurückkehrt. Zu diesem Zwecke ließ ich die Amylacetatlampe auf einem horizontalen Brette von 2 m Länge senkrecht zum Fenster der Zelle laufen; dabei machte ich in verschiedenen mittleren Lagen, immer gleiche Zeit lang, Halt und maß bei diesen Stellungen den Wert des Widerstands am Ende dieser Zeit. Wie zu erwarten stand, fiel die Kurve für den Rückweg nicht mit derjenigen für den Hinweg zusammen; hierdurch findet die Beobachtung eine Bestätigung, daß die Geschwindigkeit, mit welcher das Selen seinen Widerstand ändert, verschieden ist, je nachdem man aus einem Zustande schwächerer Belichtung zu einem Zustande stärkerer Belichtung übergeht, oder umgekehrt. Figur 1 zeigt zum Beispiel die Änderung der Leitfähigkeit mit dem Abstande der Lampe von der Zelle; dabei wurde die Leitfähigkeit immer gemessen, nachdem die Lampe 3 Minuten lang in einer der Stellungen 200 cm, 150 cm, 50 cm, 30 cm, 20 cm, 15 cm, 10 cm, 5 cm, 0 cm belassen worden war.

Die beiden Zweige der Kurve nähern sich mit wachsender Belichtungsdauer: so erhält man beispielsweise bei einer Belichtungsdauer von 5 Minuten die in Figur 2 gezeichnete Kurve, bei welcher die beiden Zweige einander näher liegen.

Aber selbst bei einer Dauer von 20 Minuten für jede Beobachtung gelingt es nicht, die Koinzidenz der beiden Kurvenzweige zu erhalten, wie Figur 3 zeigt. Das zeigt wiederum, wie überaus langsam die photoelektrischen Erscheinungen am Selen verlaufen.

(Aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 24. Januar 1906.)

Rechnerischer Nachweis eines Einflusses der Sonnentätigkeit auf die erdmagnetischen Störungen vom November 1905.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Wilhelm Krebs.

Eine ungewöhnlich große Sonnenfleckengruppe, deren Ausdehnung durch Herrn N. Lockyer in „Nature", deren Fleckenreichtum durch Herrn von Gellhorn im „Weltall" genauer hervorgehoben wurde, passierte am 20. Oktober 1905 den Zentralmeridian der Sonne. (Abb. 1.) Die Wiederkehr der von ihr signalisierten Vorgänge auf der der Erde zugekehrten Seite der Sonne wurde in einem Bericht an die Pariser Akademie von Herrn Moureaux und in einer davon unabhängigen Veröffentlichung des Unterzeichneten an einer Reihe von Fleckengruppen erkannt, die in ungefähr

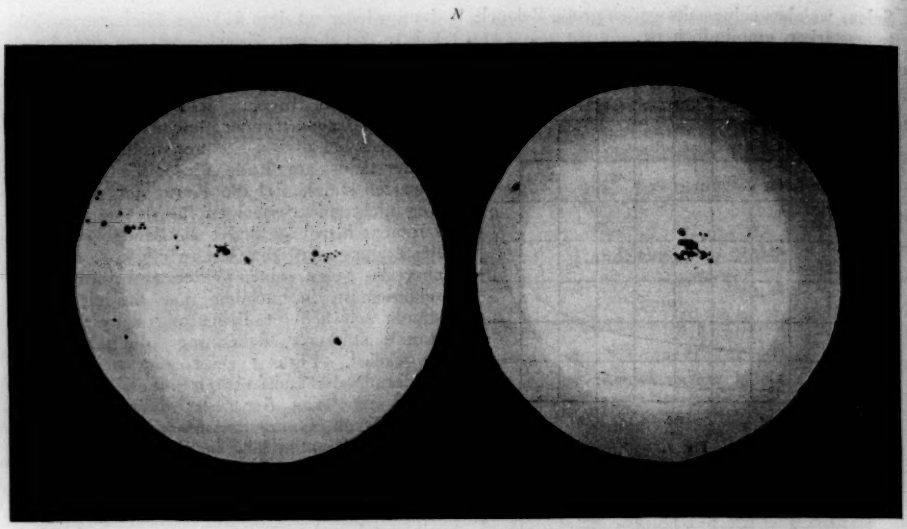


Fig. 2. Fig. 1.

Die Sonnenfleckengruppen
vom 14. November 1905, 12h M.E.Z., vom 19. Oktober 1905, 12h 50p M.E.Z.,
senkrecht zur Ekliptikebene orientiert.
(Nach eigenen Projektionen mittels Dreizöller, im gleichen Maßstabe, wiedergegeben von Wilhelm Krebs.)

der gleichen heliographischen Breite den Zentralmeridian an den Tagen zwischen dem 10. und 17. November 1905 passierten. (Abb. 2.) Die gleichen Veröffentlichungen stellten sofort das Einfallen ausgebreiteter Nordlichterscheinungen und eines erdmagnetischen Ungewitters am Abend des 15. November in diese Zeitspanne fest. Herr Chree veröffentlichte in „Nature" die Deklinationskurven dieses Ungewitters und eines vorhergehenden vom 12. November 1905. Er machte zugleich aufmerksam auf die eigenartig ausgeprägte Form der beiden Störungszacken.

In diesem Blick erschien es naheliegend, einerseits die Tageszeit der beiden Ungewitter, andererseits die Möglichkeit in Betracht zu ziehen, daß Weg und Fortpflanzungsgeschwindigkeit der erdmagnetischen Störungen durch Vergleich mit andern Stationen herausgefunden werden könnte.

Die Störung vom 12. November ereignete sich gegen 7p., diejenige vom 15. November gegen 9p. M.Gr.Z., also zu Zeiten, da für den Gr.-Meridian die Sonne seit Stunden untergegangen war und über der östlichen Südsee kulminierte. Es durfte erwartet werden, wenn anders erdmagnetische Störungen von der Sonnentätigkeit herrühren, diesen Einfluß allein auf seinem indirekten, rein irdischen Wege, ungestört durch augenblickliche, direkte Impulse von der Sonne her, bei europäischen Stationen anzutreffen.

Diese Erwartung wurde nicht enttäuscht. Das Kurvenmaterial von Potsdam und von Pawlowsk, das Unterzeichneter dem Entgegenkommen der Herren A. Schmidt und W. Dubinsky verdankt, ergab, verglichen mit den veröffentlichten Kew-Kurven folgendes (Abb. 3 u. 4):

Die Störungszacken vom 12. November 1905 waren an allen drei Stationen deutlich zugespitzt und ließen eine zeitliche Folge von Osten nach Westen erkennen. Die Zeitintervalle betrugen von Wendepunkt zu Wendepunkt des überall zuerst nach Osten erfolgten Ausschlags

zwischen Pawlowsk—Potsdam—Kew		
	10,5 Min.	8,5 Min.,
die Intervalle geographischer Länge . . .	17,3°	13,4°,
dieselben, auf 50° n. Br. reduziert	1238,7 km	1080,9 km
geteilt durch	630 Sek.	510 Sek.
ergaben eine Geschwindigkeit von . . .	1966 sem	2119 sem
durchschnittlich	2043 sem	(1)

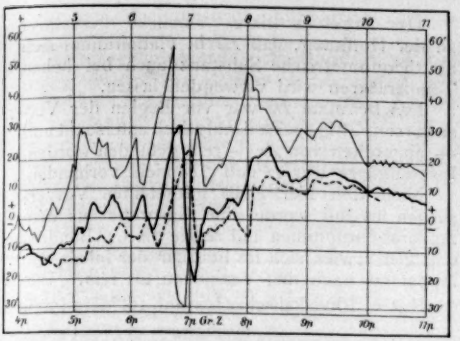


Fig. 3 Schwankungen der magnetischen Deklination am Abend des 12. November 1905.
Pawlowsk (nach Dubinsky).
Potsdam (nach A. Schmidt).
Kew (nach Chree).

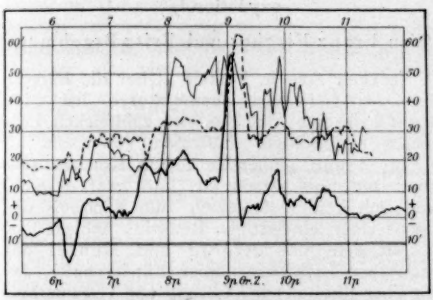


Fig. 4. Schwankungen der magnetischen Deklination am Abend des 15. November 1905.
Pawlowsk (nach Dubinsky).
Potsdam (nach A. Schmidt.)
Kew (nach Chree).

Nach Spörer war die Geschwindigkeit der Sonnenfleckengruppen, die übrigens durch ihre Wiederkehr nach dem 20. Oktober 1905, zwischen 10. und 17. November, bestätigt wurde, ihrer heliographischen Breite gemäß, auf täglich 14 Sonnengrade anzusetzen. Das führte auf 159754 km p. d., also auf 159754000 m : 86400 s = 1849 sem Sekunden-Geschwindigkeit der von Osten nach Westen erfolgenden Verlegung der von den Sonnenflecken angezeigten Vorgänge auf der Sonne.

Für ihre Beziehung auf tellurische Verhältnisse kommt zunächst die ihr entgegenlaufende Erdrotation in Betracht. Sie bringt jene Bewegung in mittlerer Nordbreite der Erde, unter dem Potsdam und Kew naheliegenden Parallel von 50^0 n. Br., die Erdoberfläche mit einer Geschwindigkeit von 25758 km p. d., also mit 25758000 m : 86400 s = 298 sem entgegen.

Die Geschwindigkeit, mit der jene Sonnenfleckengruppen an der Erdoberfläche vorübergeführt wurden, betrug demnach im ganzen etwa

2147 sem. (2)

Dieser Wert (2) kommt dem unter (1) errechneten Werte so außerordentlich nahe, daß an dem inneren Zusammenhange der mit den Geschwindigkeiten (1) und (2) sich vollziehenden Vorgänge ein Zweifel kaum bestehen kann.

Wie dieser Zusammenhang zustande kommt, bleibt aber rätselhaft. Jedenfalls in der einfachen, von Herrn Lodge und anderen Physikern vermuteten Weise, daß elektrisch geladene Teilchen von der Sonne auf die Erdoberfläche gestrahlt werden, scheint das nicht zu geschehen. Denn dann müßte die Bewegung der Erde in ihrer Bahn, die durchschnittlich 29500 sem nach östlicher Richtung beträgt, mit zur Geltung kommen. Da diese Geschwindigkeit einer viel höheren, fast 15fachen, Größenordnung angehört, würde sie die oben nachgewiesene Übereinstimmung bis zur Unkenntlichkeit zerstören.

Für die entsprechende Berechnung der Störung vom 15. November 1905 ergaben nur Potsdam und Kew hinreichend ausgestaltete Zacken. Bei derjenigen von Kew mußte wegen Abstumpfung der Spitze die Mittellinie zur Bestimmung des Zeitintervalls benutzt werden. Dieses ergab dann wieder 8,5 Minuten. Die Berechnung der Geschwindigkeit ergab demnach

2119 sem, (3)

also eine neue Bestätigung.

Die Deklinationskurve von Pawlowsk wies eine nur von geringfügigen Abschwankungen unterbrochene Abweichung nach Osten während der ganzen Stunde von Gr. 8 bis 9 Uhr abends auf. Ihre Umwandlung in die scharfe und bei Potsdam auch im Ausschlag stärkere Zacke legt den Gedanken nahe, die am gleichen Abend aus der Umgegend Stockholms gemeldeten elektrischen Erdströme, die sich dort noch viel störender bemerkbar machten als bei Potsdam, damit in Verbindung zu bringen. Das gleiche gilt von der verhängnisvollen Ablenkung von Schiffswegen in den benachbarten Gewässern der Ostsee, bei der nachfolgenden Unsichtigkeit infolge Schneetreibens.

Anscheinend handelte es sich um eine Induktionswirkung der riesigen Magneteisensteinlager in Skandinavien, auf die Störung des elektrischen und magnetischen Verhaltens der Erde, beim Vorübergang dieser Störung nach westlicher Richtung. Eine Bestätigung scheinen Nachrichten aus einem anderen, noch mächtigeren Magneteisengebiet der Erde zu liefern, demjenigen beim Oberen See in Nordamerika. Aus den gleichen Novembertagen werden von dort, ganz wie aus der Ostsee, für die Schiffahrt verhängnisvolle magnetische Störungen gemeldet.

(Eingegangen 1. März 1906.)

Über das Verhalten von Helium in einem Platin-Iridium-Gefäß bei hohen Temperaturen.[1]

Von Ernst Dorn.

Während Helium für die tiefsten Temperaturen sich als thermometrische Substanz vorzüglich bewährt hat, stößt seine Verwendung bei hohen Wärmegraden immer noch auf Schwierigkeiten.

Porzellan und Quarzglas werden nach Jaquerod und Perrot[2]) bei höherer Temperatur von *He* durchdrungen, letzteres schon bei 210° in merklichem Maße.

Da andererseits Ramsay und Travers[3]) die Undurchlässigkeit von *Pt*, *Pd* und *Fe* für *He* bei Rotglut nachgewiesen hatten, schien die Messung hoher Temperaturen durch *He* in Platingefäßen gesichert. Indessen fanden Jaquerod und Perrot in einem Platinzylinder von 14 cm Länge, 8 mm Durchmesser und 0,4 mm Wandstärke bei einem Anfangsdruck von 300 mm durch mehrmalige Erwärmung auf etwa 1000° eine Druckverminderung um 2 bis 2,5 mm, die bei öfterer Wiederholung der Erwärmung aufhörte.

Auf meine Veranlassung hat Herr F. Cario diese Versuche mit einem Zylinder aus Platiniridium (Inhalt 8,04 ccm, Wandstärke 0,24 mm) bis zu höheren Temperaturen fortgeführt. Zur Erhitzung diente ein elektrischer Horizontalofen; der Druck wurde dabei wenige cm über dem atmosphärischen gehalten. Nach Abkühlung auf Zimmertemperatur wurde der Druck gemessen und auf 0° reduziert.

Nachstehendes Täfelchen vereinigt einen Teil der Versuchsergebnisse.[4])

Datum	Dauer der Erhitzung	Temperat.	Reduziert. Druck um	Mittel
19. X. 05.	30—60 Min.	640°	721,32	
21. X.			721,10	
23. X.			719,27	
24. X.			718,53	
8. XI.			718,72	718,60
9. XI.			718,52	± 0,07
10. XI.			718,62	
23. XI.	30 Min.	1050°	717,10	
24. XI.			717,18	717,08
25. XI.			716,88	± 0,09
1. XII.			717,13	
6. XII.	30 Min.	1240°	717,11	717,13
7. XII.			717,15	± 0,02
11. I. 06.	30 Min.	1420°	717,00	
12. I.			717,15	
23. I.			717,12	
24. I.			717,08	717,02
27. I.			716,80	± 0,10
7. II.			716,92	
9. II.			716,98	
10. II.			716,90	

1) Nach Versuchen von Herrn F. Cario mitgeteilt.
2) Archives des sciences phys. et. nat. (4) **18**, 613, 1904 u. (4) **20**, 454, 1905.
3) Proc. Royal Soc. London **61**, 267, 1897.
4) Die ersten Versuche wurden schon im Juli 1905 angestellt.

Das Ergebnis dieser Versuche berechtigt zu der Hoffnung, daß *He* in Platiniridium sich als thermometrische Substanz auch bei hohen Temperaturen wird verwenden lassen.

Das benutzte *He* war vor Beginn der Versuche sorgfältig spektralanalytisch untersucht und — abgesehen von *Ar* — rein gefunden worden. Insbesondere war *H* und *CO* nicht vorhanden.

Nach den hier nicht mitgeteilten Vorversuchen im Juli wurde eine Gasprobe aus dem Apparat entnommen und zeigte die *CO*-Banden, dagegen erwies sich im Februar der Inhalt des Apparates nach den Versuchen als rein.

Halle, Physikalisches Institut, 16. März 1906.

(Eingegangen 17. März 1906.)

Die Umwandlung des Sauerstoffs in Ozon bei hoher Temperatur und die Stickstoffoxydation.[1])[2])

Von Franz Fischer und Fritz Braehmer.

In einer Arbeit, betitelt „Über die Bildung des Ozons bei hohen Temperaturen" hat Clement[3]) gezeigt, daß das von zahlreichen Forschern beobachtete Auftreten von Ozon an Flammen und glühenden festen Körpern zum mindesten unbewiesen ist, und zwar deshalb, weil sich keiner derselben zum Nachweis des Ozons einer eindeutigen Reaktion bedient hat.

Mit dem von Arnold und Menzel angegebenen Tetrabasenpapier (Filtrierpapier, das mit einer alkoholischen Lösung von Tetramethyl-p_2-diamidodiphenylmethan, der sogen. Tetrabase, getränkt ist) erhält man durch Ozon eine Violettfärbung, Stickoxyd färbt das Papier gelb, Wasserstoffsuperoxyd erzeugt keine Färbung. Das Jodkaliumstärkepapier, dessen man sich vielfach bedient hatte, wird bekanntlich von all diesen drei endothermischen Verbindungen, deren Auftreten bei hoher Temperatur zu erwarten ist, gebläut.

Clement konnte an Flammen u. dergl. nur eine auf Stickoxyd hindeutende Gelbfärbung des Tetrabasenpapiers erhalten. Beim Vorbeileiten von Luft an glühenden Nernststiften innerhalb eines von Wasser umspülten Rohres bildete sich immer Stickoxyd, niemals Ozon.

Ersetzte er die Luft durch reinen Sauerstoff, so wurde, solange noch nicht aller Stickstoff aus dem Gefäße verdrängt war, das Tetrabasenpapier von dem austretenden Gase gelb gefärbt. Die Gelbfärbung wurde immer schwächer, und als schließlich der Sauerstoff frei von Stickstoff

1) Aus dem I. chem. Institut der Universität Berlin.
2) Eine ausführliche Darstellung ist in dem Ber. d. deutsch. chem. Gesellschaft erschienen. Ber. **39**, 940, 1906.
3) Clement, Ann. Phys. **14**, 334, 1904.

den Apparat durchstrich, blieb jede Färbung des Papiers aus.

Das Ergebnis wurde nicht geändert, als statt des glühenden Nernststiftes ein Lichtbogen zwischen zwei Nernststiften benutzt wurde. Nur bei Anwendung einer Funkenstrecke entstand Ozon, in letzterem Falle wäre es nach Clement möglich, daß die Ozonbildung lediglich auf Rechnung der Wirkung des ultravioletten Teiles im Funkenlicht[1]) zu setzen ist.

Dieser negative Befund erklärt sich leicht aus den Ergebnissen des zweiten Teiles der Clementschen Arbeit. Dort wird gezeigt, daß die Zerfallsgeschwindigkeit des Ozons bei 1000° C so groß ist, daß bei dieser Temperatur die Konzentration des Ozons von 1 % auf 0,001 % innerhalb 0,0007 Sek. zurückgeht, d. h. der Zerfall des Ozons erfolgt bei 1000° so gut wie momentan.

Neuerdings hat Brode[2]) am Hochspannungslichtbogen von etwa 4000° C das Auftreten von Ozon mit Tetrabasenpapier nachgewiesen. Er hält es selbst für möglich, wenn auch wenig wahrscheinlich, daß das Ozon hierbei auf die Wirkung des ultravioletten Lichtes zurückzuführen ist.

Um des auf rein thermischem Wege, also lediglich durch Erhitzen von Sauerstoff entstehenden Ozons habhaft zu werden, haben wir die verschiedensten Bildungsmöglichkeiten untersucht.

Zur Konservierung des bei hoher Temperatur vorhandenen Ozons benutzten wir mit Rücksicht auf seine hohe Zerfallsgeschwindigkeit ungewöhnliche Abkühlungsmethoden. Die Erhitzung des Sauerstoffs auf Temperaturen bis zu 3000° C haben wir inmitten flüssiger Luft oder reinen verflüssigten Sauerstoffs vorgenommen. Auf diese Weise konnten die bei hoher Temperatur gebildeten Produkte in kürzester Zeit auf Temperaturen abgekühlt werden, bei denen ihre Zerfallsgeschwindigkeit verschwindend klein ist.

Verbrennungserscheinungen in verflüssigten Gasen.

Die Verbrennung des aus einem Quarzröhrchen austretenden Wasserstoffs wurde zunächst durch Einführen der Flamme in flüssige Luft vorgenommen. Eine Probe flüssiger Luft war vorher auf einen Gehalt von Ozon untersucht worden, sie war davon frei.

Die Wasserstoffverbrennung in flüssiger Luft lieferte, nachdem der größte Teil derselben weggesiedet war, einen mit blaugrünen Flocken erfüllten Rückstand. Die Flocken blieben beim Filtrieren auf dem Filter und erwiesen sich als ein Gemisch von Eis und salpetriger Säure.

Das Filtrat hinterließ beim Verdampfen Ozon in Form von schwachen blauen Ringen, es roch intensiv und färbte Tetrabasenpapier violett.

Wasserstoffsuperoxyd war nicht nachzuweisen, möglicherweise hinderte daran die Gegenwart des Salpetrigsäureanhydrids.

In ähnlicher Weise haben wir in flüssiger Luft Kohlenoxyd, Acetylen, Schwefelwasserstoff, Schwefel, Kohle und Holz verbrannt und stets Ozon im Filtrat, und Stickoxyde auf dem Filter vorgefunden.

In reinem Sauerstoff lieferte die Verbrennung des Wasserstoffs nur Ozon, kein Wasserstoffsuperoxyd. Beide Gase waren elektrolytisch aus Natronlauge entwickelt, der Sauerstoff war frei von Ozon gewesen und in verschlossener Apparatur mit Hilfe flüssiger Luft verflüssigt worden.

Das Ausbleiben des Wasserstoffsuperoxyds, dessen Auftreten bei der Verbrennung des Wasserstoffs in gasförmiger Luft von Traube[1]) und Engler[2]) gezeigt worden ist, wenn die Wasserstoffflamme auf Wasser oder auf Eis gerichtet wurde, erklären wir uns aus der Massenwirkung des großen Sauerstoffüberschusses bei unsern, bezw. des Wasserdampfüberschusses bei den Traubeschen Versuchen.

Deshalb wurde in unserm Fall molekularer Sauerstoff zu Ozon, bei Traube Wasser zu Wasserstoffsuperoxyd oxydiert.

Elektrisches Erhitzen innerhalb flüssiger Luft oder flüssigen Sauerstoffs.

Blanken Platindraht, der mit Hilfe von Akkumulatoren annähernd weißglühend erhalten wurde, führten wir in flüssige Luft ein. Um ihn innerhalb der flüssigen Luft auf der gleichen Helligkeit zu erhalten, mußte die Stromstärke etwas erhöht werden. Während die flüssige Luft rasch absiedete, trat allmählich in den abziehenden Gasen Ozongeruch auf. Nachdem die Luft bis auf die Höhe des Drahtes verdampft war, brachen wir den Versuch ab. Die flüssige Luft war völlig klar, roch nach Ozon, Tetrabasenpapier färbte sich violett.

Wir erhalten also an glühendem Platin unter diesen Umständen Ozon, während man beim Glühen des Platins an freier Luft Stickoxyd[3]) findet.

In reinem flüssigen Sauerstoff gelang es uns, nur einige Sekunden das Platin in gleich heller Glut zu erhalten, dann schmolz der Draht durch. Nach Holborn und Austin zerstäubt Platin in reinem Sauerstoff sehr viel stärker als in Luft. Die an einer Stelle einsetzende Zerstäubung

1) Lenard, Ann. Phys. 1, 486. 1900.
2) Brode, Zeitschr. f. Elektrochem. 11, 754, 1905.

1) Traube, Ber. 18, 1890, 1885.
2) Engler, Ber. 33, 1109—1111, 1900.
3) Vergl. Versuche von Nernst mit dem Platinofen, Nachr. K. Ges. Wiss. Gött. 4, 2, 1904.

verringert dort den Querschnitt des Drahtes, der Draht wird überhitzt und schmilzt an dieser Stelle durch.

Die kurzen Augenblicke, während deren der Draht glühte, haben nicht genügt zur Bildung von so viel Ozon, daß wir es mit Sicherheit hätten nachweisen können. Wir haben deshalb mit Hilfe einer Lösung von Yttriumnitrat und Zirkonchlorid [1]) den Draht bestrichen und durch nachheriges Erhitzen glasiert, um den Sauerstoff von dem metallischen Platin möglichst abzuhalten.

Auf diese Weise gelang es uns, in flüssigem Sauerstoff den Platindraht wenigstens eine Minute lang glühend zu erhalten.

Es entstand hierbei Ozon, nachgewiesen durch Geruch und die Violettfärbung des Tetrabasenpapieres.

Aus den Versuchen mit Platin geht also hervor, daß schon bei Temperaturen unterhalb des Platinschmelzpunktes sich aus Sauerstoff so viel Ozon bildet, daß es mit Sicherheit nachgewiesen werden kann.

Zu Versuchen bei höheren Temperaturen verwendeten wir Nernststifte.

Zum Brennen der Nernststifte ist es für diese Versuche zweckmäßig, die doppelte der normalen Spannung anzuwenden und einen großen Widerstand vorzuschalten, damit die Maximalbelastung nicht überschritten wird. Unter diesen Umständen brennt der Stift beim Einführen in die flüssige Luft weiter, andernfalls erlischt er.

Wenn der größte Teil der flüssigen Luft abgesiedet ist, hinterbleibt ein klarer Rückstand, der stark nach Ozon riecht. Beim völligen Absieden erscheinen dunkelblaue Ringe von Ozon, Tetrabasenpapier wird momentan violett gefärbt.

Auch an Nernststiften also entsteht in flüssiger Luft kein Stickoxyd, sondern nur Ozon im Gegensatz zu den Ergebnissen, die man in gasförmiger Luft bekommt, wo nach den Arbeiten von Nernst [2]), Clement [3]), Rossi [4]) nur Stickoxyd auftritt.

Wir haben Nernststifte auch in reinem flüssigen Sauerstoff mit demselben Erfolge, Bildung von Ozon, brennen lassen.

Um den Sauerstoff noch höher zu erhitzen, haben wir den Lichtbogen innerhalb flüssiger Luft erzeugt und hatten auf die Weise hart nebeneinander Temperaturgebiete von $+3000^0$ C bis -190^0 C.

Der Lichtbogen brannte zwischen Platinelektroden. Bei diesem Versuch erhielten wir neben Ozon auch größere Mengen von Stickoxyden. Beim Eindampfen des Filtrates hinterblieb Ozon, welches gewöhnlich verpuffte.

Wir schieben diesen Umstand der Verunreinigung durch etwas Salpetrigsäureanhydrid zu, welches bei Anwendung des Lichtbogens neben Ozon entsteht.

Die Tatsache, daß das Ozon, welches wir bei den Nernststiften aus flüssiger Luft erhalten haben, nie verpuffte, steht mit unserer Angabe in Einklang, daß wir dort kein Stickoxyd gefunden haben.

Wärme- oder Lichtwirkung?

Bei der Ozonbildung durch den Funken [1]) ist möglicherweise die Wirkung des ultravioletten Lichtes mit im Spiel. Deshalb können derartige Versuche zur Entscheidung über den Charakter der Ozonbildung nicht herangezogen werden. [2])

Auch beim Lichtbogen wäre es immerhin möglich, daß ein Teil des entstehenden Ozons kurzwelliger Strahlung seine Entstehung verdankt.

Am geeignetsten zur Entscheidung der Frage erwiesen sich Nernststifte.

In einem dünnwandigen Quarzröhrchen ließen wir einen Nernststift brennen und evakuierten das Röhrchen gleichzeitig mit der Wasserstrahlluftpumpe bis zu einem Druck von 10 mm Quecksilber [3]), um die Absorption des etwaigen ultravioletten Lichtes durch den Gasinhalt des Röhrchens zu verhindern. Der Quarz selbst ist ja bekanntlich für ozonisierende Strahlung durchlässig. Dieses Quarzgefäß wurde mit brennendem Nernststift in flüssige Luft gebracht und darin eine Stunde belassen.

Nach dem Abdampfen der flüssigen Luft hinterblieb auch nicht eine Spur von Ozon.

Schon in dem vierten Teil dieser Zeit erhielten wir reichliche Mengen von Ozon, wenn wir ein U-förmiges Geißlersches Röhrchen aus Quarz, welches mit Wasserstoff von 3 mm Druck gefüllt war, in flüssiger Luft in Tätigkeit setzten.

Aus den Quarzteilen des Geißlerschen Röhrchens tritt ultraviolettes Licht aus. [4])

Das Ausbleiben der Ozonbildung bei dem Parallelversuch mit dem Nernststift beweist uns, daß der Vorgang der Ozonbildung an Nernststiften thermischer, und nicht photochemischer Natur ist.

Zusammenstellung der Ergebnisse.

Nachdem wir gezeigt haben, daß aus reinem Sauerstoff lediglich durch Erhitzen auf hohe

1) Emich, Mon.-Hefte f. Chem. **24**, 509, 1905. Derartige Glasuren wurden zuerst im Nernstschen Institut angewendet, um das Iridium vor Zerstäubung zu schützen.
2) Nernst, l. c.
3) Clement, l. c.
4) Rossi, Gaz. chim. ital. **35**I, 89—110, 1905.

1) Lenard, Ann. Phys. 1, 486, 1900.
2) Vergl. Helbig, Atti R. Acad. dei Lincei. Roma (5) 11II, 57 u. 311; 12I, 211—217.
3) Durch die kurze Strecke verdünnter Luft wäre die Strahlung ohne große Schwächung hindurchgegangen. Vergl. Regener, Diss., S. 8 u. 11, 1905, Berlin.
4) Siehe Goldstein, Ber. **36**, 3042, 1903.

Temperatur und plötzliches Abkühlen Ozon gewonnen werden kann, stellen wir in folgendem die Ergebnisse in drei Rubriken zusammen.

Wärmequelle	In flüss. Sauerst.	In flüss. Luft	In ruhig. atmosph. Luft
Glüh. Platin	Ozon	Ozon	Stickoxyd
Nernststift	Ozon	Ozon	Stickoxyd
Lichtbogen	Ozon	Ozon u. Stickoxyd	Stickoxyd
Wasserstoffflamme	Ozon	Ozon u. Stickoxyd	Stickoxyd

In den ersten beiden finden sich unsere Resultate, in der dritten diejenigen, die man in ruhiger atmosphärischer Luft erhalten hat.

Die Erklärung der Tabelle ergibt sich aus der Betrachtung der Bildungs- und Zerfallsgeschwindigkeiten von Ozon und Stickoxyd, aus der Erhitzungsdauer und der Schnelligkeit der Abkühlung.

Bildung und Zerfall von Stickoxyd erfolgen träge im Vergleich zu denselben Vorgängen beim Ozon. Bei + 1000° C fällt nach Clement der Prozentgehalt von ozonhaltigem Sauerstoff schon in 0,0007 Sekunden von 1 % auf 0,001 %. Die Zerfallsgeschwindigkeit von Stickoxyd ist bei derselben Temperatur viele Millionen mal kleiner.

Analoge Beziehungen gelten hierin natürlich auch für die Bildungsgeschwindigkeiten.

Daß auch in reinem flüssigen Sauerstoff Ozon erhalten wird und nicht nur in flüssiger Luft, beweist, daß die Gegenwart von Stickstoff oder dergl. hierzu nicht nötig ist, d. h. daß es sich nicht etwa um irgendeine intermediäre Bildung höherer Stickoxyde handelt.

2) In der Gashülle, die zweifellos zwischen der flüssigen Phase und dem glühenden Nernststift bezw. Platindraht existiert, muß in Analogie zu dem bekannten Leidenfrostschen Phänomen eine außerordentlich starke Gasbewegung herrschen, die das Gas für geringe Bruchteile einer Sekunde mit dem glühenden Stift in Berührung bringt und schon im nächsten Moment wieder auf die Temperatur der flüssigen Luft abkühlt. Bei dieser kurzen Erhitzungsdauer kann sich am Platin und am Nernststift nur das schnell entstehende Ozon bilden, und es bleibt, wenigstens teilweise, erhalten, da die Geschwindigkeit seiner Abkühlung die seines Zerfalls übertrifft.

An ruhiger atmosphärischer Luft bleibt das Gas relativ lange mit dem glühenden Stift in Berührung, es ist deshalb ausreichend Zeit zur Stickoxydbildung vorhanden. Es werden hier Stickoxyd und Ozon bei hoher Temperatur koexistieren.

Die heißen Gase sind nun spezifisch leichter, steigen deshalb vom Stift weg in die Höhe und kühlen sich dabei langsam ab. Das bewegliche Ozon verschwindet bei der großen Abkühlungsdauer völlig, von dem trägen Stickoxyd bleibt mehr oder weniger übrig.

Beim Lichtbogen und bei der Wasserstoffflamme haben wir in flüssiger Luft neben Ozon auch Stickoxyd erhalten. In beiden Fällen ist der Träger des Hitze erzeugenden Vorgangs das Gas selber, in einem Fall ist es der Flammenraum, im andern ist es die vom elektrischen Strom in Form des Lichtbogens durchflossene Gasstrecke.

In beiden Fällen dürfen wir die Temperaturen höher ansetzen als beim Platindraht und beim Nernststift, andererseits sind die Gasräume hoher Temperatur groß im Vergleich zu den dünnen Gashüllen um die glühenden Drähte.

Die höhere Temperatur befördert die Geschwindigkeit der Stickoxydbildung, der größere Gasraum, d. h. der längere Aufenthalt des Gases bei höherer Temperatur ermöglicht es, daß sich leicht nachweisbare Stickoxydmengen bilden.

Die Plötzlichkeit der Abkühlung verhindert, daß nur Stickoxyd allein übrig bleibt, wir erhalten also hier Salpetrigsäureanhydrid und Ozon.

In ruhiger atmosphärischer Luft liefert die Wasserstoffflamme und der Lichtbogen von den beiden in Frage kommenden Produkten nur das Salpetrigsäureanhydrid, weil eben die Abkühlung zur Konservierung des Ozons zulange dauert.

Über das Ausbleiben des Wasserstoffsuperoxyds bei der Wasserstoffverbrennung haben wir uns schon an früherer Stelle geäußert.

Betreffs der Versuche, auf experimentellem Wege die Gleichgewichtskonzentration an Ozon für die Reaktion

$$3O_2 \rightleftarrows 2O_3$$

festzustellen und betreffs der Zulässigkeit der möglichen Annäherungsmethoden müssen wir hier auf unsere ausführlichere Darstellung verweisen, wo wir auch Gelegenheit haben genommen, auf die von Nernst[1]) für die verschiedenen Temperaturen berechneten Ozonkonzentrationen einzugehen.

Wir wollen schließlich, ohne daraus weitere Schlüsse zu ziehen, mitteilen, daß wir bei verschiedenen Brenndauern des Nernststifts in reinem flüssigen Sauerstoff jeweils folgende Ozonkonzentrationen erhalten haben.

Zeit in Minuten	mgr O_3	Gew. % O_3
25	40	0,12
50	76	0,21
125	159	0,47
360	322	0,96

Man sieht aus der Tabelle, daß, nachdem der Nernststift sechs Stunden mit seiner Normal-

1) Nernst, Z. f. Elektrochemie **9**, 892, 1903.

belastung von 0,25 Amp. in reinem flüssigen Sauerstoff gebrannt hatte, ein stationärer Zustand bei annähernd 1 % Ozon noch nicht erreicht ist.

Jedoch läßt die Tabelle ohne jede weitläufige Erörterung ersehen, daß es möglich ist, auf rein thermischem Wege Ozon zu erzeugen in Konzentrationen, die annähernd von derselben Größenordnung sind wie diejenigen, welche z. B. die technisch verwertete stille elektrische Entladung liefert.

Berlin, Februar 1905.

(Eingegangen 1. März 1906.)

Über die Diffusion von Luft durch Wasser.

Von Heinrich Mache.

Wird kaltes lufthaltiges Wasser in einem Gefäße durch einige Zeit in wärmerer Luft stehen gelassen, so setzen sich am Boden und an den Wänden des Gefäßes kleine Luftblasen an, die auch für den Fall, daß sie nicht durch den Auftrieb zur Oberfläche emporgehoben werden und dort platzen, doch nach längerer Zeit von selbst verschwinden. Die Ursache dieser Erscheinung liegt auf der Hand. Die Luft im Bläschen steht unter höherem als dem Luftdruck. Sie wird daher infolge von Diffusion durch das Wasser gepreßt und tritt schließlich durch die Oberfläche in die Atmosphäre. Im Wesen ist der Vorgang ganz ähnlich dem bekannten Schulexperiment, bei welchem an die Enden eines entsprechend gebogenen Glasrohres zwei verschieden große Seifenblasen angesetzt werden und demonstriert wird, daß die Luft aus der kleineren Blase durch den größeren Kapillardruck in die größere hinübergepreßt wird. Nur hat in unserem Falle das Gas hierbei seinen Weg durch das Wasser zu nehmen, so daß der Prozeß um vieles langsamer erfolgt.

Der Überdruck, der im Bläschen herrscht, setzt sich aus drei Summanden zusammen, und zwar erstens aus dem Kapillardruck, zweitens aus dem hydrostatischen Druck, drittens aus der Differenz des Dampfdruckes im Innern und außerhalb des Bläschens. Bezeichnet α die Kapillarkonstante der Flüssigkeit, s ihre Dichte, σ die ihres Dampfes, h die Höhe der über dem Bläschen stehenden Flüssigkeitssäule und a den Radius des Bläschens, so gelten für diese drei Summanden des Überdruckes $P_a = P_1 + P_2 + P_3$ die Beziehungen

$$P_1 = \frac{2\alpha}{a},\quad P_2 = 4\pi a^2 g h s,\quad P_3 = \frac{2\alpha\sigma}{as}.$$

Es ist nun, wie man ohne weiteres sieht, P_3 stets sehr klein gegen P_1, und wenn man a klein und h nicht groß wählt, auch P_2 klein gegen P_1, so daß als die ausschlaggebende bei der Erscheinung beteiligte Größe der Kapillardruck erscheint.

Wir wollen zunächst vom Einfluß der Wand, auf welcher das Bläschen sitzt, absehen, betrachten also ein frei in der Flüssigkeit schwebendes Luftbläschen vom Radius a. Der Überdruck im Bläschen ist dann

$$P_a = \frac{2\alpha}{a},$$

der Überdruck in der dem Bläschen unmittelbar anliegenden Flüssigkeit

$$p_a = \frac{2\alpha}{a} A,$$

wo A den Absorptionskoeffizienten bezeichnet. Es gilt dann für die stationäre Diffusion die Laplacesche Gleichung $\Delta p = 0$ und für den Diffusionsstrom aus dem Bläschen

$$\frac{dm}{dt} = -\int \delta \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=a} \mathrm{d}f,$$

wo δ den Diffusionskoeffizienten bezeichnet und das Integral über die Oberfläche des kugelförmig gedachten Bläschens zu erstrecken ist. Nun ist aber nach einem bekannten Satze der Elektrostatik für die Kugel

$$-\int \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=a} df = a p_a,$$

also auch die in der Sekunde aus dem Bläschen durch Diffusion austretende Gasmenge

$$\frac{dm}{dt} = 4\pi a \delta p_a = 8\pi\alpha A \delta.$$

Die Geschwindigkeit, mit der sich der Radius des Bläschens verändert, folgt aus der Gleichung

$$-4\pi a^2 \frac{da}{dt}\varrho = 8\pi\alpha A\delta,$$

wo ϱ die Dichte des Gases im Bläschen bezeichnet. Es ist also

$$-\frac{da}{dt} = \frac{2\alpha A\delta}{a^2\varrho}.$$

Hierin ist ϱ noch von a abhängig, da ja mit kleiner werdendem Bläschen, also wachsendem Kapillardruck, das Gas immer mehr und mehr komprimiert wird. Ist b der am Barometer abgelesene Luftdruck und ϱ_0 die ihm entsprechende Gasdichte, so ist

$$\varrho = \varrho_0\left(1 + \frac{2\alpha}{ba}\right).$$

Setzt man diesen Wert oben ein und bezeichnet die zu den Zeiten t_1 und t_2 zugehörigen Radien mit a_1 und a_2, so erhält man durch Integration:

$$t_2 - t_1 = \frac{\varrho_0}{2\delta A}\left[\frac{1}{3\alpha}(a_1^3 - a_2^3) + \frac{1}{b}(a_1^2 - a_2^2)\right].$$

Ist der Absolutwert von a groß genug, daß

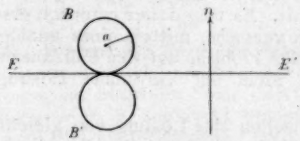
man für die Dichte des Gases im Bläschen einen Mittelwert $\bar{\varrho}$ einführen kann, dann ist auch

$$t_2 - t_1 = \frac{\bar{\varrho}}{6\,\alpha\,\delta\,A}(a_1^3 - a_2^3).$$

Diese Gleichung sagt aus, daß aus dem Bläschen durch Diffusion in gleichen Zeiten gleiche Gasmengen austreten.

Das in diesem Satze ausgesprochene Gesetz bleibt auch für den Fall bestehen, daß das Bläschen nicht frei in der Flüssigkeit schwebt, sondern an der Wand oder am Boden des Gefäßes aufsitzt, welch letzterer Fall sich ja einzig und allein praktisch realisieren läßt. Der Einfluß, den diese Anordnung auf die Größe des Diffusionsstromes hat, wird unter Bezugnahme auf das analoge Problem der Elektrostatik leicht berechnet.

Es bedeute in der nachstehenden Figur B das Bläschen vom Radius a, EE' den ebenen



Boden des Gefäßes, auf dem das Bläschen sitzt, p wieder den von Ort zu Ort verschiedenen Mehrbetrag des Partialdruckes des gelösten Gases, wie er durch die Anwesenheit des Bläschens bedingt ist. Ist dann $n\mu$ die Normale auf die Ebene EE', so muß für jeden Punkt der Ebene

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0$$

sein. Diese Bedingung ist aber erfüllt, wenn wir uns unter der Ebene EE' diese und das Bläschen B berührend ein zweites gleich großes Bläschen B' angebracht denken. Die Diffusionsströmung bleibt dann dieselbe, gleichgültig, ob die Scheidewand EE' vorhanden ist oder nicht. Die elektrische Kapazität einer eine zweite gleich große berührenden Kugel vom Radius a ist nun $a \log 2$.[1]) Es ist dann

$$-\int \frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=a} df = a \log 2 \cdot p_a$$

und somit

$$t_2 - t_1 = \frac{\bar{\varrho}}{6 \log 2 \cdot \alpha\,\delta\,A}(a_1^3 - a_2^3)$$

$$= \frac{\bar{\varrho}}{4 \cdot 16\,\alpha\,\delta\,A}(a_1^3 - a_2^3).$$

Da $\bar{\varrho}$, α und A bekannt sind und die bestimmten Zeiten t zugehörigen Werte von a leicht gemessen werden können, läßt sich diese Beziehung zur Bestimmung des Diffusionskoeffizienten δ benutzen.

Ich teile im folgenden eine Beobachtungsreihe mit, die an einem Luftbläschen erhalten wurde, das sich am Boden einer kleinen mit destilliertem Wasser gefüllten Kristallisierschale abgesetzt hatte. Die Wasserhöhe betrug 8 mm.[1]) Das Ausmessen des Bläschens geschah vermittels eines mit Okularmikrometer versehenen Mikroskops. Das Wasser war tagsvorher eingefüllt worden, und die Beobachtung begann somit zu einer Zeit, wo der Diffusionsprozeß sicher stationär geworden war. Die Temperatur des Raumes, in dem der Versuch ausgeführt wurde, war genügend konstant (zwischen 17,65 und 17,75° C), um von Verwendung eines Thermostaten Abstand nehmen zu können. Vorübergehende kleinere Temperaturschwankungen wurden durch ein die Schale umgebendes größeres Wasserbad abgeschwächt.

Zeit	a in $^1/_{100}$ mm	$\frac{a_1^3 - a_2^3}{t_2 - t_1}$ $\frac{\text{mm}^3}{\text{Minuten}} \times 10^6$
$6^h\ 10^m$	14,2	
8 16	12,6	6,85
9 30	11,3	7,53
10 5	10,7	6,23
59	9,4	7,30
11 57	7,5	7,05
12 30	5,6	7,46
		Mittel: 7,07.

Die Zahlen der letzten Spalte sind, so wie es die Theorie verlangt, innerhalb der Beobachtungsfehler (die Zehntel wurden geschätzt) untereinander gleich. Setzt man für die Temperatur von 17,7° C $\alpha = 72{,}9$ und nach Winkler[2]) $A = 0{,}01946$, so wird bei Benutzung des erhaltenen Mittelwertes und nach Umrechnung auf die üblichen Einheiten (cm^3 pro Tag bei Druckgefälle von 1 Atmosphäre pro cm) der Diffusionskoeffizient $\delta = 1{,}75$. Da die Dichte der Luft im Bläschen für einen mittleren Radius von 0,1 mm durch den Kapillardruck um etwa 2 Proz. erhöht ist, so wäre schließlich für Luft von Atmosphärendruck und der gegebenen Temperatur richtiger $\delta = 1{,}7$ zu setzen.

1) Vgl. Maxwell, Elektrizität und Magnetismus 1, 287.

1) Es erwies sich als vorteilhaft, das Schälchen nicht höher anzufüllen, um die Strömungen in der Flüssigkeit herabzusetzen. Der Einfluß, den das Annähern der Flüssigkeitsoberfläche an das Bläschen auf die Größe des Diffusionsstromes nimmt, läßt sich mittels der Murphyschen Methode der wiederholten Spiegelung ohne Schwierigkeit schätzen. Es ist bis einschließlich Größen von der Ordnung

$$\left(\frac{a}{2\,h}\right)^2$$

die in der Zeiteinheit aus dem freischwebenden Bläschen austretende Gasmenge

$$\frac{dm}{dt} = 8\pi\,\alpha\,A\delta\left(1 + \frac{a}{2\,h} + \frac{a^2}{4\,h^2}\right).$$

Unter den gegebenen Verhältnissen und bei der erreichten Meßgenauigkeit läßt sich vom Anbringen dieser Korrektur absehen.

2) Landolt-Börnsteins Tabellen, 3. Aufl. 1905.

Dieser Wert ist in sehr guter Übereinstimmung mit demjenigen, den man nach dem von F. Exner aufgestellten Gesetz[1]) für die Diffusion von Gasen durch Wasserlamellen berechnen kann. Dieses Gesetz sagt nämlich aus, daß die sich austauschenden Volumina zweier durch eine Lamelle getrennter Gase sich umgekehrt wie die Wurzeln aus ihren Dichten verhalten. Da nun nach Stefan[2]) der Diffusionskoeffizient von Kohlensäure durch Wasser bei Zimmertemperatur zwischen 1,36 und 1,41 (Mittel 1,39) liegt, so folgt daraus für Luft $\delta = 1{,}71$. Auch die von G. Hüfner[3]) durch ein im Wesen der Stefanschen Methode nachgebildetes, sehr genaues Verfahren für Stickstoff und Sauerstoff erhaltenen Werte 1,73 und 1,62 bestätigen das erhaltene Resultat.

Zu bemerken ist noch, daß die gesetzmäßige Abnahme des Bläschens nur dann erfolgt, wenn der Ansatzkern, an dem das Bläschen aus dem mit Luft übersättigten Wasser sich ausbildet, die Kapillarkonstante des Wassers in seiner Umgebung durch Verunreinigung nicht herabsetzt. Sehr häufig ist dies aber der Fall — fast immer bei den mikroskopischen Ansatzkernen organischer Natur, welche Gläser aufweisen, die nicht zuvor durch Auskochen in verdünnter Säure und Kalilauge sorgfältig gereinigt worden sind. Feinstgemahlener und gut gewaschener Quarzsand leistet gute Dienste. Doch kommt auch hier häufig, besonders wenn das Bläschen klein geworden ist, die störende Wirkung von Verunreinigungen zur Geltung. Es wäre naheliegend, diesem Übelstande dadurch zu begegnen, daß man die Luftbläschen aus einer Kapillare aufsteigen läßt, und unter einem mit Wasser gefüllten Gläschen auffängt. Da sich dann aber hier das diffundierende Gas über dem Wasser befindet, vereiteln die auftretenden Konzentrationsströmungen eine jede genauere Messung.

Die Empfindlichkeit der Erscheinung gegen noch so geringe Verunreinigungen, die ja nie zu vermeiden ist, wo kapillare Kräfte im Spiele sind, ist ein Nachteil, der den Vorteil des auseinandergesetzten Verfahrens gegenüber dem Stefanschen, nämlich die kurze Versuchsdauer, kompensiert. Immerhin glaube ich, daß die obigen Ausführungen als eine weitere Bestätigung für die Anwendbarkeit der Fickschen Theorie auf die Diffusion in Flüssigkeiten gelöster Gase nicht ganz ohne Interesse sind.

1) Pogg. Ann. **155**, 321 u. 443, 1875.
2) Wien. Ber. **77**, 371, 1878.
3) Wied. Ann. **60**, 134, 1897.

Wien, II. physik. Inst. d. Universität.

(Eingegangen 13. März 1906.)

Über die elektrische Kraft an irgendeinem Punkte in einer Flüssigkeit, in welcher ein Diffusionsprozeß vor sich geht.

Von Shizuwo Sano.

Im Jahre 1877 berechnete H. von Helmholtz[1]) die elektromotorische Kraft einer Konzentrationszelle, welche mit verdünnten Lösungen bei gleichförmiger Temperatur gefüllt ist, unter der Annahme, daß die Zelle ein reversibles System sei. In neuerer Zeit hat W. Nernst[2]) unter einer ähnlichen Annahme den Ausdruck für die elektrische Potentialdifferenz zwischen zwei beliebigen Punkten in einer verdünnten Lösung, die nur einen einzigen Elektrolyten im Zustande vollkommener Dissoziation enthält, in einfacherer Weise als Helmholtz erhalten. Verschiedene Formeln, welche verwickelteren Fällen entsprechen, und welche unter Anwendung desselben Grundgedankens gewonnen worden sind, werden häufig von einigen Forschern angewandt. Es mag daher natürlich erscheinen, wenn ich versuche, mittels eines analogen Verfahrens das Problem auf den Fall auszudehnen, der sich nicht auf verdünnte Lösungen beschränkt.

Wir wollen eine Lösung von gleichförmiger Temperatur betrachten und wollen die Annahme machen, daß die chemischen Komponenten räumlich derart verteilt sind, daß der elektrische Strom überall verschwindet. Wir wollen nun eine solche isothermische virtuelle Verschiebung betrachten, daß weder eine chemische Veränderung noch eine Veränderung der Phase in irgendeinem im Raume festen Punkte während der virtuellen Verschiebung auftritt, und daß die Richtung der Verschiebungen der positiven Ionen der Verschiebungsrichtung der negativen Ionen entgegengesetzt ist, und die Größen der Verschiebungen den Beweglichkeiten der Ionenarten proportional sind. Obschon es uns vollkommen frei steht, uns eine derartige virtuelle Verschiebung vorzustellen, ist die Annahme, daß das System reversibel sei, eine rein hypothetische. Gemäß der letzten Annahme haben wir

$$\int\left[\frac{\partial F}{\partial \sigma}\delta\sigma+\sum_{i=1}^{i=n}\frac{\partial F}{\partial \varrho_i}\delta\varrho_i+gz\delta\varrho+\Psi\delta\varrho_e\right]d\tau=0^{3}) \quad (1)$$

wo F die freie Energie in der Volumeneinheit bedeutet, σ die Größe, welche einen gewissen bestimmten Wert in jeder Phase annimmt, ϱ_i die Dichte der i-ten chemischen Komponente, ϱ die gesamte Dichte, ϱ_e die Elektrizitätsdichte, Ψ das

1) H. v. Helmholtz, Monatsber. d. Berl. Akad., 26. Nov. 1877; Wied. Ann. **3**, 201, 1878.
2) Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. **4**, 129, 1889.
3) Vgl. Sano, Proc. Tôkyô Phys.-Math. Soc. **2**, 365, 1905; diese Zeitschr. **6**, 566, 1905.

elektrische Potential, $d\tau$ das Volumenelement und g die Schwerkraftsbeschleunigung, wobei die z-Achse vertikal nach oben gerichtet angenommen ist. Hier ist $\frac{\partial F}{\partial \varrho_i}$ der Differentialquotient, in welchem die unabhängigen Variabeln die n Dichten $\varrho_1, \varrho_2, \ldots \varrho_i, \ldots, \varrho_n$, die Temperatur, die elektrische Polarisation und die magnetische Induktion sind. Ist q_i die mit der Masseneinheit der i-ten Komponente verbundene Elektrizitätsmenge, so können wir an Stelle von $\delta\varrho_e$ die Summe

$$\sum_{i=1}^{i=n} q_i \, \delta\varrho_i$$

setzen.

Aus der Natur der Verschiebung ergibt sich offenbar, daß

$$\delta\sigma = 0$$

und

$$\delta\varrho_i = -\frac{\partial\,\delta\xi_i}{\partial x} - \frac{\partial\,\delta\eta_i}{\partial y} - \frac{\partial\,\delta\zeta_i}{\partial z}$$

ist, wo $\delta\xi_i$, $\delta\eta_i$ und $\delta\zeta_i$ bezw. die Massen der i-ten Komponente sind, welche während der Verschiebung im positiven Sinne durch die zu den Achsen x, y, z senkrecht gelegten Einheitsquerschnitte hindurchtreten. Wir können auch schreiben:

$$\delta\xi_i = \pm U_i \varrho_i \lambda_x,$$
$$\delta\eta_i = \pm U_i \varrho_i \lambda_y,$$
$$\delta\zeta_i = \pm U_i \varrho_i \lambda_z,$$

wo das obere Vorzeichen für Kationen und das untere für Anionen gilt, und wo $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ irgendwelche willkürlich gewählte unendlich kleine Größen bedeuten, welche für alle verschiedenen chemischen Komponenten dieselben Werte haben. Wenn wir annehmen, daß niemals zwei nicht mit Elektrizität behaftete chemische Komponenten während der Elektrolyse eine relative Verschiebung ausführen, so müssen wir für diese Komponenten $U_i = 0$ setzen. Anderenfalls müssen wir annehmen, daß die Größe $\pm U_i$ im allgemeinen einen endlichen Wert hat, da ja die virtuelle Verschiebung ihrer Natur nach nicht von dem tatsächlichen Zustand der elektrolytischen Leitung verschieden sein kann, damit wir die Gleichung (1) anwenden können. Bedauerlicherweise sind die experimentellen Untersuchungen nach dieser Richtung hin nur sehr dürftig.[1])

Setzen wir die oben gefundenen Werte für $\delta\sigma$ und $\delta\varrho_i$ in Gleichung (1) ein, und integrieren wir partiell, so erhalten wir alsbald:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \pm U_i \varrho_i \frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial F}{\partial \varrho_i} + q_i \Psi + g z\right\} = \sum_{i=1}^{i=n} \pm U_i \varrho_i \frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{\partial F}{\partial \varrho_i} + q_i \Psi + g z\right\} = 0.$$

Wenn wir der Einfachheit halber annehmen, daß die magnetische Permeabilität von der elektrischen Kraft unabhängig sei, und wenn wir als unabhängige Variabeln die Dichten $\varrho_1, \varrho_2, \ldots \varrho_i, \ldots \varrho_n$, die absolute Temperatur Θ, die elektrische Kraft (X, Y, Z) und die magnetische Kraft (α, β, γ) annehmen, so können wir obige Gleichungen in der Form

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_{i=1}^{i=n} \pm U_i \varrho_i \frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial (F_0 - \psi - \chi)}{\partial \varrho_i} + q_i \Psi + g z\right\} = \\
&= \sum_{i=1}^{i=n} \pm U_i \varrho_i \frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{\partial (F_0 - \psi - \chi)}{\partial \varrho_i} + q_i \Psi + g z\right\} = \\
&= \sum_{i=1}^{i=n} \pm U_i \varrho_i \frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{\partial (F_0 - \psi - \chi)}{\partial \varrho_i} + q_i \Psi + g z\right\} = 0
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

schreiben, wo F_0 der Wert von F ist für den Fall, daß die elektrische und die magnetische Kraft verschwinden, und wo ψ und χ bezw. für $\int_0^{\mathfrak{E}} \mathfrak{D}\, d\mathfrak{E}$ und $\int_0^{\mathfrak{H}} \mathfrak{J}\, d\mathfrak{H}$ gesetzt sind. Dabei sind $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{H}$ bezw. die Größen der elektrischen Verschiebung, der elektromotorischen Intensität, der Intensität der Magnetisierung und der magnetischen Kraft. Hierbei müssen während der Integration der beiden letzten Integrale die n Dichten und die Temperatur konstant bleiben.

Unter den verschiedenen Annahmen, die wir bei unserem Verfahren zur Gewinnung der Gleichungen (2) gemacht haben, ist vielleicht die zweifelhafteste die, daß das System reversibel sei. Wir haben auch angenommen, daß die Verschiebungen der einzelnen chemischen Komponenten parallel zueinander verlaufen. Diese Annahme entbehrt anscheinend der Allgemeinheit, denn dabei wird der durch das elektromagnetische Feld und durch die ungleichmäßige Verteilung der verschiedenen chemischen Komponenten hervorgerufene Effekt der Äolotropie vernachlässigt. Das oben eingeschlagene Verfahren hat noch einen weiteren Mangel: Es gibt nicht die zuerst von Nernst[1]) aufgestellte Beziehung zwischen dem Diffusionskoeffizienten eines vollständig dissoziierten Elektrolyten und den Beweglichkeiten der durch die Dissoziation

1) Vgl. Nernst, Lotmar, Garrard und Oppermann, Gött. Nachr., math.-phys. Kl., 68—89, 1900; und C. A. Lobry de Bruyn, Rec. Trav. chem. **22**, 430, 1903.

1) Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. **2**, 613, 1888.

des Elektrolyten erzeugten Ionen wieder. Es wird daher weit besser sein, dasselbe Problem auf einem anderen Wege zu behandeln, welcher von diesen Einwänden frei ist.

In meiner, in einer der Fußnoten bereits erwähnten Arbeit habe ich gezeigt, daß

$$\frac{\partial}{\partial x}\left\{\frac{\partial(F_o-\psi-\chi)}{\partial \varrho_i}+q_i\Psi+gz\right\}=\frac{\partial}{\partial y}\left\{\frac{\partial(F_o-\psi-\chi)}{\partial \varrho_i}+\right.$$
$$\left.+q_i\Psi+gz\right\}=\frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{\partial(F_o-\psi-\chi)}{\partial \varrho_i}+q_i\Psi+gz\right\}=0$$

ist, wenn die Flüssigkeit in wahrem Gleichgewicht ist. Offenbar ist zu gleicher Zeit die Temperatur gleichförmig. Wenn wir daher für

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial(F_o-\psi-\chi)}{\partial \varrho_i}-q_iX,\qquad \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial(F_o-\psi-\chi)}{\partial \varrho_i}-q_iY,$$
$$\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial(F_o-\psi-\chi)}{\partial \varrho_i}-q_iZ+g \text{ bezw. } \mathfrak{X}_i, \mathfrak{Y}_i, \mathfrak{Z}_i$$

schreiben, so sehen wir, daß die (mittlere) Geschwindigkeit der i-ten chemischen Komponente mit Bezug auf die erste verschwindet, wenn gleichzeitig alle die Größen

$$\frac{\partial\Theta}{\partial x},\ \frac{\partial\Theta}{\partial y},\ \frac{\partial\Theta}{\partial z},\ \frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2},\ \ldots,\ \mathfrak{X}_1,\ \mathfrak{Y}_1,\ \mathfrak{Z}_1,\ \mathfrak{X}_2,\ \mathfrak{Y}_2,\ \ldots,$$
$$\frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial x},\ \frac{\partial\mathfrak{X}_1}{\partial y},\ \frac{\partial^2\mathfrak{X}_1}{\partial x^2},\ \ldots$$

und die Differentialquotienten mehrerer Größen nach der Zeit verschwinden. Bezeichnen wir die x-Komponenten der (mittleren) Geschwindigkeiten der ersten und der i-ten chemischen Komponente bezw. mit ξ_1 und ξ_i und ordnen wir $\xi_i-\xi_1$ nach aufsteigenden Potenzen von $\frac{\partial\Theta}{\partial x}$, so erhalten wir:

$$-(\xi_i-\xi_1)=A_{1i}\frac{\partial\Theta}{\partial x}+A_{2i}\frac{\partial\Theta}{\partial y}+A_{3i}\frac{\partial\Theta}{\partial z}+$$
$$+B^{(1)}_{1i}\mathfrak{X}_1+B^{(1)}_{2i}\mathfrak{Y}_1+B^{(1)}_{3i}\mathfrak{Z}_1+B^{(2)}_{1i}\mathfrak{X}_2+\cdots+$$
$$+B^{(j)}_{1i}\mathfrak{X}_j+B^{(j)}_{2i}\mathfrak{Y}_j+B^{(j)}_{3i}\mathfrak{Z}_j+\cdots\cdots+$$
$$+C_{1i}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right)^2+C_{2i}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial y}\right)^2+C_{3i}\left(\frac{\partial\Theta}{\partial z}\right)^2+$$
$$+C_{4i}\frac{\partial\Theta}{\partial y}\frac{\partial\Theta}{\partial z}+C_{5i}\frac{\partial\Theta}{\partial z}\frac{\partial\Theta}{\partial x}+C_{6i}\frac{\partial\Theta}{\partial x}\frac{\partial\Theta}{\partial y}+$$
$$+D_{1i}\frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2}+D_{2i}\frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2}+D_{3i}\frac{\partial^2\Theta}{\partial z^2}+\cdots\cdots+$$
$$+E^{(1)}_{1i}\frac{\partial\Theta}{\partial x}\mathfrak{X}_1+\cdots+E^{(j)}_{1i}\frac{\partial\Theta}{\partial x}\mathfrak{X}_j+E^{(j)}_{2i}\frac{\partial\Theta}{\partial x}\mathfrak{Y}_j+$$
$$+E^{(j)}_{3i}\frac{\partial\Theta}{\partial x}\mathfrak{Z}_j+E^{(j)}_{4i}\frac{\partial\Theta}{\partial y}\mathfrak{X}_j+E^{(j)}_{5i}\frac{\partial\Theta}{\partial y}\mathfrak{Y}_j+$$
$$+E^{(j)}_{6i}\frac{\partial\Theta}{\partial y}\mathfrak{Z}_j+E^{(j)}_{7i}\frac{\partial\Theta}{\partial z}\mathfrak{X}_j+E^{(j)}_{8i}\frac{\partial\Theta}{\partial z}\mathfrak{Y}_j+$$
$$+E^{(j)}_{9i}\frac{\partial\Theta}{\partial z}\mathfrak{Z}_j+\cdots F^{(1)}_{1i}\mathfrak{X}_1^2+\cdots+F^{(j)}_{1i}\mathfrak{X}_j^2+$$
$$+F^{(j)}_{2i}\mathfrak{Y}^2+F^{(j)}_{3i}\mathfrak{Z}_j^2+F^{(j)}_{4i}\mathfrak{Y}_j\mathfrak{Z}_j+F^{(j)}_{5i}\mathfrak{Z}_j\mathfrak{X}_j+$$
$$+F^{(j)}_{6i}\mathfrak{X}_j\mathfrak{Y}_j+\cdots+F^{(12)}_{1i}\mathfrak{X}_1\mathfrak{X}_2+\cdots+$$
$$+F^{(jk)}_{1i}\mathfrak{X}_j\mathfrak{X}_k+F^{(jk)}_{2i}\mathfrak{X}_j\mathfrak{Y}_k+\cdots+$$
$$+F^{(jk)}_{9i}\mathfrak{Z}_j\mathfrak{Z}_k+\cdots;$$

hierin sind A_{1i}, A_{2i}, $\ldots B_{1i}{}^{(1)}, \ldots C_{1i}, \ldots D_{1i}, \ldots E_{1i}{}^{(1)}, \ldots$ Funktionen der Temperatur, der n Dichten, der Komponenten der elektrischen Kraft und der Komponenten der magnetischen Kraft. Wahrscheinlich hängt $\xi_i-\xi_1$ ab von den Differentialquotienten verschiedener Größen nach der Zeit, aber deren Vorhandensein kann möglicherweise vernachlässigt werden, solange wir, wie im Falle der Konzentrationszellen, langsame Veränderungen betrachten. Der Einfachheit wegen wollen wir im folgenden die diesbezüglichen Glieder unberücksichtigt lassen. Wir wollen auch annehmen, dass $A_{1i}, A_{2i}, \ldots B_{1i}{}^{(j)}, \ldots$ nicht die räumlichen Änderungen der Temperatur, der Dichten, der elektrischen Kraft und der magnetischen Kraft enthalten.

Aus Symmetriegründen folgt, daß die Koeffizienten $A_{1i}, A_{2i}, \ldots B_{1i}{}^{(j)}, \ldots$ nicht ganz unabhängig voneinander sein können. Drücken wir diese Koeffizienten in aufsteigenden Potenzen der Vektoren (X, Y, Z) und (α, β, γ) aus, so gelangen wir alsbald zu folgenden Gleichungen:

$$A_{1i}=a_{1i}+(a_{2i}+a_{4i})\alpha^2+a_{3i}(\beta^2+\gamma^2)+$$
$$+(a_{5i}+a_{6i})X^2+a_{5i}(Y^2+Z^2)+(a_{2i}+a_{3i}+a_{4i})X\alpha+$$
$$+a_{2i}(Y\beta+Z\gamma)+\cdots,$$
$$A_{2i}=a_{2i}\gamma+a_{1i}Z+a_{4i}\alpha\beta+a_{6i}XY+a_{2i}X\beta+$$
$$+a_{4i}Y\alpha+\cdots,$$
$$A_{3i}=-a_{2i}\beta-a_{1i}Z+a_{4i}\gamma\alpha+a_{6i}ZX+a_{2i}X\gamma+$$
$$+a_{4i}Z\alpha+\cdots,$$
$$B^{(j)}_{1i}=b^{(j)}_{1i}+(b^{(j)}_{3i}+b^{(j)}_{4i})\alpha^2+b^{(j)}_{3i}(\beta^2+\gamma^2)+$$
$$+(b^{(j)}_{5i}+b^{(j)}_{6i})X^2+b^{(j)}_{5i}(Y^2+Z^2)+(\bar{b}^{(j)}_{2i}+\bar{b}^{(j)}_{3i}+$$
$$+\bar{b}^{(j)}_{4i})X\alpha+\bar{b}^{(j)}_{2i}(Y\beta+Z\gamma)+\cdots,$$
$$B^{(j)}_{2i}=b^{(j)}_{2i}\gamma+\bar{b}^{(j)}_{1i}Z+b^{(j)}_{4i}\alpha\beta+b^{(j)}_{6i}XY+\bar{b}^{(j)}_{3i}X\beta+$$
$$+\bar{b}^{(j)}_{4i}Y\alpha+\cdots,$$
$$B^{(j)}_{3i}=-\bar{b}^{(j)}_{2i}\beta-\bar{b}^{(j)}_{1i}Y+b^{(j)}_{4i}\gamma\alpha+b^{(j)}_{6i}ZX+$$
$$\bar{b}^{(j)}_{3i}X\gamma+\bar{b}^{(j)}_{4i}Z\alpha+\cdots,$$
$$C_{1i}=(c_{1i}+\bar{c}_{2i})\alpha+(c_{1i}+c_{2i})X+\cdots,$$
$$C_{2i}=\bar{c}_{1i}\alpha+c_{2i}X+\cdots,$$
$$C_{3i}=\bar{c}_{1i}\alpha+c_{1i}X+\cdots,$$
$$C_{4i}=\bar{c}_{2i}(\beta^2-\gamma^2)+\cdots,$$
$$C_{5i}=\bar{c}_{2i}\gamma+c_{2i}Z+\cdots,$$
$$C_{6i}=\bar{c}_{2i}\beta+c_{2i}Y+\cdots,$$
$$D_{1i}=(\bar{d}_{1i}+\bar{d}_{2i})\alpha+(d_{1i}+d_{2i})X+\cdots,$$
$$E^{(j)}_{1i}=(\bar{e}^{(j)}_{2i}+\bar{e}^{(j)}_{3i}+\bar{e}^{(j)}_{4i})\alpha+(e^{(j)}_{1i}+e^{(j)}_{2i}+$$
$$+e^{(j)}_{3i})X+\cdots,$$
$$E^{(j)}_{2i}=e^{(j)}_{2i}\beta+e^{(j)}_{1i}Y+\cdots,$$

$$E_{3i}^{(j)} = \bar{e}_{2i}^{(j)}\gamma + e_{1i}^{(j)} Z + \cdots,$$
$$E_{4i}^{(j)} = \bar{e}_{3i}^{(j)}\beta + e_{2i}^{(j)} Y + \cdots,$$
$$E_{5i}^{(j)} = \bar{e}_{4i}^{(j)}\alpha + e_{3i}^{(j)} X + \cdots,$$
$$E_{6i}^{(j)} = \bar{e}_{1i}^{(j)} + \cdots,$$
$$E_{7i}^{(j)} = \bar{e}_{3i}^{(j)}\gamma + e_{2i}^{(j)} Z + \cdots,$$
$$E_{8i}^{(j)} = -\bar{e}_{1i}^{(j)} + \cdots,$$
$$E_{9i}^{(j)} = \bar{e}_{4i}^{(j)}\alpha + e_{3i}^{(j)} X + \cdots,$$
$$F_{1i}^{(j)} = (\bar{f}_{1i}^{(j)} + \bar{f}_{2i}^{(j)})\alpha + (f_{1i}^{(j)} + f_{2i}^{(j)}) X + \cdots,$$

— — — — — — — — — — — — — —

In diesen Gleichungen sind die Koeffizienten $a_{1i}, a_{2i}, \ldots \bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \ldots b_{1i}^{(j)}, \ldots c_{1i}, \ldots d_{1i}, \ldots$ Funktionen der Temperaturen und der Dichten, aber von den elektrischen und magnetischen Kräften unabhängig. Wahrscheinlich sind A_{1i}, $A_{2i}, \ldots B_{1i}^{(j)}, \ldots C_{1i}, \ldots$ von g unabhängig. Falls dies nicht der Fall wäre, lassen sie sich nach aufsteigenden Potenzen von g entwickeln, das vom Symmetriestandpunkt aus betrachtet, dem Z analog ist.

Kehrt man die Richtungen der x-, y- und z-Achsen um, so werden sich auch die Vorzeichen von

$$\xi_i - \xi_1,\ X,\ Y,\ Z,\ \frac{\partial\Theta}{\partial x},\ \frac{\partial\Theta}{\partial y},\ \frac{\partial\Theta}{\partial z},\ \mathfrak{X}_1, \ldots$$
$$\mathfrak{X}_j,\ \mathfrak{Y}_j,\ \mathfrak{Z}_j, \ldots$$

ändern, die von

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \left(\frac{\partial\Theta}{\partial x}\right)^2, \ldots \frac{\partial^2\Theta}{\partial x^2},\ \frac{\partial^2\Theta}{\partial y^2}, \ldots \frac{\partial\Theta}{\partial x}\mathfrak{X}_1,$$
$$\ldots \mathfrak{X}_1^2, \ldots$$

dagegen nicht. Es verschwinden infolgedessen $\bar{a}_{1i}, \bar{a}_{2i}, \bar{a}_{3i}, \bar{a}_{4i}, \bar{b}_{1i}^{(j)}, \ldots \bar{c}_{1i}, \ldots \bar{d}_{1i} \ldots$ Meines Erachtens liegt für das absolute Verschwinden der C, D, E, ... kein hinreichender Grund vor; wir wollen indessen im folgenden annehmen, daß sie klein genug seien, um vernachlässigt werden zu können. In einigen Spezialfällen muß ihr Vorhandensein wahrscheinlich berücksichtigt werden. Wir wollen ferner annehmen, daß die A und B von der elektrischen Kraft unabhängig seien, eine hinreichende Bedingung dafür, daß das Ohmsche Gesetz befriedigt wird. Wir schreiben also:

$$\left.\begin{aligned}
-(\xi_i - \xi_1) = &\{a_{1i} + a_{2i}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) + a_{4i}\alpha^2 + \cdots\} \\
&\frac{\partial\Theta}{\partial x} + \{a_{2i}\gamma + a_{4i}\alpha\beta + \cdots\}\frac{\partial\Theta}{\partial y} + \{-a_{2i}\beta + \\
&+ a_{4i}\gamma\alpha + \cdots\}\frac{\partial\Theta}{\partial z} + \{b_{1i}^{(1)} + b_{3i}^{(1)}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) + \\
&+ b_{4i}^{(1)}\alpha^2 + \cdots\}\mathfrak{X}_1 + \cdots + \{b_{1i}^{(j)} + b_{3i}^{(j)}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) + \\
&+ b_{4i}^{(j)}\alpha^2 + \cdots\}\mathfrak{X}_j + \{b_{2i}^{(j)}\gamma + b_{4i}^{(j)}\alpha\beta + \cdots\}\mathfrak{Y}_j + \\
&+ \{-b_{2i}^{(j)}\beta + b_{4i}^{(j)}\gamma\alpha + \cdots\}\mathfrak{Z}_j + \cdots + \{-b_{2i}^{(n)}\beta + \\
&b_{4i}^{(n)}\gamma\alpha + \cdots\}\mathfrak{Z}_n.
\end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Für den Fall, daß die Temperatur gleichförmig ist, und daß der Effekt des Magnetismus vernachlässigt werden kann, reduziert sich die Gleichung (3) auf

$$\left.\begin{aligned}
\xi_i - \xi_1 = &-\sum_{j=1}^{j=n} b_{1i}^{(j)}\mathfrak{X}_j = X\sum_{j=1}^{j=n} q_j b_{1i}^{(j)} - \\
&-\sum_{j=1}^{j=n} b_{1i}^{(j)}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F_o}{\partial\varrho_j},
\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

da ψ in der Regel klein ist. Die entsprechende von Wilder D. Bancroft[1]) angegebene Gleichung lautet:

$$\xi_i = \pm U\left\{X - \frac{1}{q_i}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F_o}{\partial\varrho_i}\right\}, \quad \ldots \quad (5)$$

wenn die i-te Komponente ein Ion und U_i dessen Beweglichkeit ist. Die Gleichung (4) ist allgemeiner als (5), und die beiden Gleichungen können nur dann zusammenfallen, wenn $b_{1i}^{(2)}$, $b_{1i}^{(3)}, \ldots b_{1i}^{(i-1)}, b_{1i}^{(i+1)}, \ldots b_{1i}^{(n)}$ verschwinden.

Bezeichnen wir die x-Komponente des Elektrizitätsflusses mit u, so erhalten wir die Gleichung:

$$u = \sum_{i=1}^{i=n} q_i\varrho_i\xi_i =$$
$$= \xi_1\sum_{i=1}^{i=n} q_i\varrho_i - \frac{\partial\Theta}{\partial x}\sum_{i=1}^{i=n} q_i\varrho_i\{a_{1i} + a_{2i}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) +$$
$$+ a_{4i}\alpha^2 + \cdots\} - \frac{\partial\Theta}{\partial y}\sum_{i=1}^{i=n} q_i\varrho_i\{a_{2i}\gamma + a_{4i}\alpha\beta + \cdots\} -$$
$$- \frac{\partial\Theta}{\partial z}\sum_{i=1}^{i=n} q_i\varrho_i\{-a_{2i}\beta + a_{4i}\gamma\alpha + \cdots\} +$$
$$+ X\sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n} q_i q_j\varrho_i\{b_{1i}^{(j)} + b_{3i}^{(j)}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) +$$
$$+ b_{4i}^{(j)}\alpha^2 + \cdots\} + Y\sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n} q_i q_j\varrho_i\{b_{2i}^{(j)}\gamma +$$
$$+ b_{4i}\alpha\beta + \cdots\} + Z\sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n} q_i q_j\varrho_i\{-b_{2i}^{(j)}\beta +$$
$$+ b_{4i}\gamma\alpha + \cdots\} - \sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n} q_i\varrho_i\{b_{1i}^{(j)} + b_{3i}^{(j)}(\alpha^2+\beta^2+$$
$$+ \gamma^2) + b_{4i}^{(j)}\alpha^2 + \cdots\}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial(F_o - \psi - \chi)}{\partial\varrho_j} -$$
$$- \sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n} q_i\varrho_i\{b_{3i}^{(j)}\gamma + b_{4i}^{(j)}\alpha\beta + \cdots\}\frac{\partial}{\partial y}$$

1) Bancroft, Journ. Phys. Chem. 7, 416, 1903.

$$\frac{\partial(F_o-\psi-\chi)}{\partial\varrho_j}-\sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n}q_i\varrho_i\{-b_{2i}^{(j)}\beta+b_{4i}^{(j)}\gamma a+\cdots\}$$
$$\left\{\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial(F_o-\psi-\chi)}{\partial\varrho_j}+g\right\}.$$

Diese Gleichung zeigt, daß die spezifische Leitfähigkeit

$$\sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n}q_iq_j\varrho_ib_{1i}^{(j)}$$

ist, und daß der Ausdruck

$$\sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n}q_iq_j\varrho_ib_{2i}^{(j)}$$

dem Halleffekt entspricht, obgleich er das Phänomen nicht vollkommen ausdrücken kann. Wir sehen ferner, daß

$$\sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n}q_iq_j\varrho_ib_{3i}^{(j)}$$

und

$$\sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n}q_iq_j\varrho_ib_{4i}^{(j)}$$

einige Teile der durch die Gegenwart des Magnetfeldes hervorgerufenen Änderung der spezifischen Leitfähigkeit ausdrücken. Wenn

$$\sum_{i=1}^{i=n}\sum_{j=1}^{j=n}q_iq_j\varrho_ib_{4i}^{(j)}$$

endlich ist, so hängt die spezifische Leitfähigkeit von der Richtung des Magnetfeldes ab, und zugleich ist eine zur Richtung des elektrischen Stromes senkrechte, aber vom Halleffekt verschiedene elektromotorische Kraft vorhanden. Nehmen wir obigen Ausdruck als gültig an für Metalle unter einer isotropen Kraft, so wird sein Anwendungsbereich ganz erheblich erweitert werden, da

$$\sum_{i=1}^{i=n}q_i\varrho_i\left\{a_{1i}+\sum_{j=1}^{j=n}b_{1i}^{(j)}\left(\frac{\partial}{\partial\Theta}\frac{\partial F_o}{\partial\varrho_j}\right)_p\right\}$$

der von Temperaturunterschieden in reinen Metallen herrührenden elektromotorischen Kraft entspricht. Hier bezeichnet

$$\left(\frac{\partial}{\partial\Theta}\frac{\partial F_0}{\partial\varrho_j}\right)_p$$

den Differentialquotienten für den Fall, daß der Druck p während der Differentiation nach Θ konstant bleibt. Die von A. v. Ettingshausen und W. Nernst entdeckte transversale elektromotorische Kraft, welche durch Temperaturungleichheiten in einem Magnetfelde hervorgerufen wird, entspricht a_{2i}, $b_{2i}^{(1)}$, $b_{2i}^{(2)}$, ..., und der von denselben Autoren gefundene Longitudinaleffekt entspricht a_{3i}, a_{4i}, $b_{3i}^{(1)}$, $b_{3i}^{(2)}$, ... $b_{4i}^{(1)}$, $b_{4i}^{(2)}$, ...

Aus Gleichung (4) wird ersichtlich, daß die Beweglichkeit der i-ten Komponente mit Bezug auf die erste, für den Fall, daß sich die Flüssigkeit außerhalb des Magnetfeldes befindet,

$$\pm U_i=\sum_{j=1}^{j=n}q_jb_{1i}^{(j)}$$

ist. Vernachlässigen wir in Gleichung (2) ψ und χ, und setzen wir in dieselbe Gleichung diesen Wert für U_i ein, so gelangen wir zu der Gleichung:

$$\sum_{i=1}^{i=n}\varrho_i\mathfrak{X}_i\sum_{j=1}^{j=n}q_jb_{1i}^{(j)}=0 \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Andererseits erhalten wir, wenn wir $u=0$ setzen, und ψ und den Einfluß des Magnetfeldes in dem bereits entwickelten Ausdruck für u vernachlässigen, die entsprechende Gleichung:

$$\sum_{i=1}^{i=n}q_i\varrho_i\sum_{j=1}^{j=n}b_{1i}^{(j)}\mathfrak{X}_j=0 \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

da die Elektrizitätsdichte gewöhnlich sehr gering ist. Diese beiden Gleichungen sind nur dann miteinander vereinbar, wenn zwischen den Koeffizienten $b_{12}^{(1)}$, $b_{13}^{(1)}$, ... $b_{11}^{(2)}$, $b_{13}^{(2)}$, ... gewisse Beziehungen bestehen. Wenn sie in Wirklichkeit nicht miteinander im Einklang stehen, so wird man naturgemäß annehmen, daß die Gleichung (2) nicht gültig ist, da dieselbe auf zweifelhafte Voraussetzungen gegründet ist. Es ist somit die Ansicht, daß die elektromotorische Kraft einer Konzentrationszelle auf Grund der Annahme berechnet werden könne, daß die Zelle ein reversibles System sei, unbefriedigend. Eine experimentelle Bestimmung dieser Koeffizienten würde höchst wünschenswert sein.

Es möge in Gleichung (4) j von 1 und von i verschieden sein. Dann wird der Einfluß der j-ten Komponente auf den Wert von $\xi_i-\xi_1$ mit unendlicher Annäherung verschwinden, wenn ϱ sich dem Werte 0 nähert, während gleichzeitig $\mathfrak{X}_j$ allgemein endlich ist, so daß $b_{1i}^{(j)}$ mit ϱ_j verschwinden wird. Wir können daher in vielen Fällen $b_{1i}^{(j)}$ für irgendeine verdünnte Lösung vernachlässigen, wenn die j-te Komponente nicht das Lösungsmittel vertritt. Ist die erste Komponente das Lösungsmittel, so wird $\mathfrak{X}_1$ sehr klein sein, und die Gleichungen (6) und (7) werden identisch werden. Für denselben Fall steht das Ergebnis aus der Bancroftschen Theorie mit (7) im Einklang.

Die Gleichung (7) gilt, wenn kein elektrischer Strom vorhanden ist, die Temperatur gleichförmig ist, und das Magnetfeld vernachlässigt werden kann. Diese Gleichung kann in der Form

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = - \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=n} q_i \varrho_i b_{1i}^{(j)} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F_0}{\partial \varrho_j}}{\sum_{i=1}^{i=n} \sum_{j=1}^{j=n} q_i q_j \varrho_i b_{1i}^{(j)}}$$

geschrieben werden. Betrachten wir nun den Fall, daß nur ein einziger Elektrolyt in einem reinen Lösungsmittel gelöst ist. Wir wollen zunächst voraussetzen, daß nur vier Molekülarten in der Lösung vorhanden seien, von denen die erste dem Lösungsmittel und die übrigen drei dem Elektrolyten entsprechen. Die elektrolytische Dissoziation neutraler Moleküle in Ionen ist für gewöhnlich ein schnell verlaufender Vorgang; wir können daher mit großer Annäherung die dieser chemischen Reaktion entsprechende chemische Gleichgewichtsbedingung im Innern der Lösung als gültig ansehen. Der Druck ist in einer horizontalen Ebene sehr nahezu gleichförmig, und auch die Bedingung $\varrho_e = 0$ ist angenähert erfüllt, sofern nicht die Lösung fast ein Isolator ist. Mit Hilfe dieser drei Bedingungen können wir drei Größen, etwa ϱ_2, ϱ_3, ϱ_4, eliminieren, und die rechte Seite der letzten Gleichung wird das Produkt aus $\frac{\partial \varrho_1}{\partial x}$ und einer Funktion nur einer einzigen Variabeln ϱ_1. Es folgt hieraus, daß in diesem Falle die elektrische Potentialdifferenz zwischen irgend zwei Punkten in derselben horizontalen Ebene einzig und allein von den physikalischen und chemischen Zuständen in diesen beiden Punkten abhängt. Wenn eine neue Molekülart entsteht, sei es nun durch Assoziation der neutralen Moleküle oder durch stufenweise elektrische Dissoziation, so wird damit zugleich eine neue Bedingung für das chemische Gleichgewicht eingeführt, und wir gelangen somit zu demselben Schlusse wie zuvor. Das kann sich beliebig oft wiederholen. Wenn sich das Lösungsmittel elektrolytisch dissoziiert und eine der beiden durch die Dissoziation entstehenden Ionenarten von gleicher Art ist wie eines der Dissoziationsprodukte des Elektrolyten, so bleibt das Endergebnis dasselbe. Wenn andererseits durch die elektrolytische Dissoziation des Lösungsmittels zwei neue Molekülarten eingeführt werden, so gilt der Satz im allgemeinen nicht. Nun ist aber für gewöhnlich die elektrische Dissoziation des Lösungsmittels sehr gering, so daß der obige Satz ziemlich allgemein gültig ist.

Diese Betrachtung zeigt zugleich, daß die elektromotorische Kraft zwischen zwei Punkten, wenn die Temperatur nicht gleichförmig ist, von den physikalischen Zuständen der zwischenliegenden Teile abhängig ist. Dies ist auch der Fall, wenn in der Lösung zwei oder mehr Elektrolyten gelöst sind, selbst wenn die Temperatur gleichförmig und die Lösung verdünnt ist. In dieser Hinsicht stimme ich mit Bancroft überein. In den Theorien von Planck[1]) und von Johnson[2]) sind über die Verteilung der Ionen zwischen den beiden Endpunkten besondere Annahmen gemacht; indessen sind in praktischen Fällen, wie mir scheint, die Ionen nicht immer in der betreffenden Weise verteilt.

Wie bereits erwähnt, wird für den Fall verdünnter Lösungen bei gleichförmiger Temperatur die vorliegende Theorie über die elektromotorische Kraft mit der Bancroftschen Theorie identisch, und hinsichtlich dieses Falles habe ich zu seinen Ergebnissen nicht viel hinzuzufügen. Der Ausdruck von Nernst[3]) für die elektromotorische Kraft für den Fall unvollständiger Dissoziation des Elektrolyten und das von Abegg und Bose[4]) berechnete Resultat für die elektromotorische Kraft für den Fall zweier Elektrolyte in besonderer Verteilung, diese beiden Ausdrücke lassen sich leicht erhalten, wenn man den chemischen Potentialen

$$\frac{\partial F_0}{\partial \varrho_1}, \frac{\partial F_0}{\partial \varrho_2}, \frac{\partial F_0}{\partial \varrho_3}, \ldots$$

geeignete, schwachen Elektrolyten entsprechende Werte beilegt. Die Beziehung zwischen dem Diffusionskoeffizienten eines vollständig dissoziierten Elektrolyten und den Ionenbeweglichkeiten kann mit Leichtigkeit aus den Gleichungen (4) und (7) gewonnen werden.

1) M. Planck, Wied. Ann. **40**, 561, 1890.
2) K. R. Johnson, Ann. d. Phys. (4) **14**, 995, 1904.
3) Nernst, Wied. Ann. **45**, 360, 1892.
4) R. Abegg und E. Bose, Zeitschr. f. phys. Chem. **30**, 545, 1899.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 28. Februar 1906.)

Die Erweiterungen des Dopplerschen Prinzips.

Von A. Schmidt.

Der Schluß aus der Verschiebung von Spektrallinien gegen die Seite längerer oder kürzerer Wellen auf die Geschwindigkeit der Lichtquelle in Richtung des Visionsradius, dieser Schluß ist nicht mehr unbedingt bindend. Die Linienverschiebungen, die Veränderungen der Wellenlängen von Lichtstrahlen, können auch andere Ursachen haben, als Bewegungen entweder der Lichtquellen oder der Beobachtungsstandpunkte.

So hat als erster H. Poincaré[1]) gezeigt, daß in dem von einem Planeten gegen unser Auge diffus reflektierten Sonnenlicht infolge der

1) C. R. **120**, 420, 1895.

Änderungen der beiden Entfernungen R und R' des Planeten von der Sonne und des Planeten von der Erde mit den Geschwindigkeiten

$$\frac{dR}{dt} \text{ und } \frac{dR'}{dt}$$

sich die Schwingungsdauer τ irgendeiner Lichtwelle in die andere

$$\tau\left[1 + \frac{1}{v}\left(\frac{dR}{dt} + \frac{dR'}{dt}\right)\right]$$

umwandeln müsse, und unter Benutzung dieses neuen Prinzips hat Deslandres[1]) die Äquatorgeschwindigkeit gemessen, mit welcher der Planet Jupiter rotiert. Die linke und rechte Seite des Planeten müssen zur Zeit der Opposition eine relative Linienverschiebung aufweisen, welche dem vierfachen Betrag der Äquatorgeschwindigkeit des Jupiter (12,4 km) entspricht, also wie wenn jede Seite des Durchmessers selbstleuchtend wäre und die eine mit $2 \cdot 12{,}4$ Kilometer gegen die Erde, die andere mit ebensolcher Geschwindigkeit von der Erde weg sich bewegte.

Einen weitern Schritt tut W. Michelson[2]), indem er zeigt, daß jede stetige Änderung der optischen Länge des Weges der Lichtwellen von der Quelle bis zum Beobachter von einer Veränderung der Schwingungszahl (bezw. Schwingungszeit und Wellenlänge) begleitet sein müsse. Er führt die Größe $L = l_1\mu_1 + l_2\mu_2 + l_3\mu_3 + \ldots = \Sigma(l\mu)$, d. h. die Summe der Produkte aus jeder Einzelstrecke l und dem auf derselben die Wellengeschwindigkeit bestimmenden Brechungsverhältnisse μ als optische Länge ein und erhält für die Veränderung der Schwingungszahl n den Ausdruck

$$N = n\left[1 - \frac{1}{v}\Sigma\left(l\frac{d\mu}{dt} + \mu\frac{dl}{dt}\right)\right] \qquad (1)$$

worin v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit innerhalb desjenigen Mittels darstellt, welchem der Brechungsindex $\mu = 1$ zukommt. Michelson macht eine spezielle Anwendung seines allgemeinen Gesetzes, auf welche ich zurückkommen muß als auf ein zur Vorsicht in der Anwendung des Gesetzes mahnendes Beispiel. Ein Strahl durchsetzt ein Prisma in der Richtung kleinster Ablenkung, während zugleich das Prisma in Richtung der Halbierungslinie seines Winkels α sich mit der Geschwindigkeit c so verschiebt, daß der Strahlweg im Innern des Prismas stetig wächst. Bezeichnet (Fig. 1) i den Einfallswinkel, r den Brechungswinkel des Strahles, μ den Brechungsindex des Prismas, $\delta = 2(i - r)$ die Gesamtablenkung, so verschiebt sich C nach C' mit der Geschwindigkeit c, A rückt nach A', ebenso B nach B' mit der Geschwindigkeit

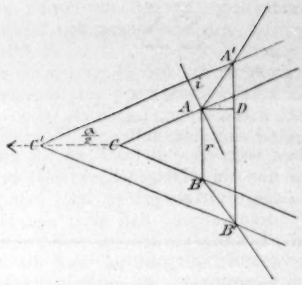


Fig. 1.

$\frac{c \sin \alpha/2}{\cos i}$, so daß die Strahllänge l außerhalb des Prismas sich verkürzt mit der Geschwindigkeit

$$\frac{dl_1}{dt} = AA' + BB' = \frac{2c \sin \alpha/2}{\cos i},$$

während der Strahl im Prisma eine Verlängerung erfährt mit der Geschwindigkeit

$$\frac{dl_2}{dt} = 2A'D = \frac{2c \sin \alpha/2 \cos \delta/2}{\cos i}.$$

Nun ist nach obigem Gesetz

$$N = n\left[1 - \frac{1}{v}\left(\frac{dl_1}{dt} + \mu\frac{dl_2}{dt}\right)\right],$$

also

$$N = n\left[1 - \frac{2c}{v}\left(\mu\frac{\sin \alpha/2 \cos \delta/2}{\cos i} - \frac{\sin \alpha/2}{\cos i}\right)\right]$$

was sich mittels der Beziehungen

$$r = \alpha/2 \text{ und } \mu = \sin i : \sin r$$

reduziert auf

$$N = n\left[1 - \frac{2c}{v}\sin \delta/2\right]. \qquad (2)$$

Bei Bewegung einer Lichtquelle in Richtung des Visionsradius mit c^m Geschwindigkeit ergäbe sich nach dem Dopplerschen Gesetz $N = n[1 - c/v]$, so daß also ein Prisma, welches die Strahlen um $\delta = 60^0$ ablenken würde, durch eine Verschiebung mit der Geschwindigkeit c denselben Effekt hervorbringen könnte, wie die Verschiebung der Lichtquelle mit derselben Geschwindigkeit. Der Annahme solcher keilförmiger sehr stark lichtbrechender Gasmassen, welche in rasch fortschreitender Bewegung begriffen, den Weg der Lichtstrahlen kreuzen, steht in nächster Nähe der Sonnenphotosphäre ebensowenig oder ebensoviel im Wege, als der Annahme ebenso großer fortschreitender Geschwindigkeiten, z. B. von 300, ja 500 Kilometer welche man dem Dopplerschen Prinzip entsprechend den leuchtenden Massen zuschreibt. Der Vorteil aber, den Michelson bei jener Annahme findet, ist der, daß dabei die Linien des einen Elements, z. B. des Calciums, eine

1) C. R. **120**, 417, 1895.
2) Astrophys. Journal **13**, 192 ff., 1901.

Verschiebung erfahren können, welche ein anderes Element, etwa Wasserstoff, durch seine Bewegung hervorbringt.

Im Anschluß an Michelsons neuen Gedanken stellt J. Fényi[1]) genauere Berechnungen an über die Wirkung der Lichtbrechung an bewegten Grenzflächen brechender Mittel, hauptsächlich mit Rücksicht auf die großen Geschwindigkeiten, auf welche man nach dem Dopplerschen Gesetz für die Gasbewegungen in den Flecken und in den hochaufsteigenden Protuberanzen geführt wurde. Bei genügend kleinen Winkeln der Strahlen mit der Grenzfläche der brechenden Substanz (Winkel, die auch bei Wasserstoffmassen von 100facher Atmosphärendichte, wenn das Licht in leeren Raum übertritt, noch unterhalb eines Grads bleiben) lassen sich die Erscheinungen teilweise nach dem neuen Prinzip erklären, ohne daß man unwahrscheinlichere Geschwindigkeiten annehmen muß, als die Erklärung nach dem Dopplerschen Prinzip erfordert. Besonders die Annahme sich summierender Keilwirkungen durch eine Art Luftwogen, die der Strahl durchschneidet, gestattet eine Ermäßigung der erforderlichen Dichten und Geschwindigkeiten.

Zu meinem Glück wurde ich zuerst mit Fényis Behandlung der Frage bekannt. Einige Ungenauigkeiten, cotangens statt cosinus, Brechungswinkel, wo ich eher Einfallswinkel gewählt hätte, hatte ich zuerst nicht beachtet und war von der Sache überzeugt. Erst bei wiederholter Prüfung mehrten sich meine Bedenken und richteten sich dann gegen einen prinzipiellen Punkt der Auffassung. Bei der nachfolgenden Prüfung der Arbeit Michelsons fand ich denselben prinzipiellen Anstoß, über den ich ohne Fényis eingehendere Ausführungen arglos hinweggegangen wäre. Die Sache wird am besten durch Betrachtung eines verwandten Problems, der Reflexion am bewegten Spiegel, sich klarlegen lassen.

Ein Spiegel werde parallel mit sich selbst dem schief ankommenden Lichte entgegen stetig verschoben, aus der Lage S_1 nach S_2, S_3 usw. (Fig. 2). Ein ankommender Strahl BA, der

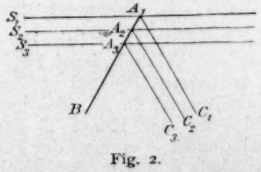


Fig. 2.

Träger einer kontinuierlichen Wellenfolge, erzeugt nun bei der Reflexion nicht einen bestimmten, ihm entsprechenden Strahl AC, wie bei ruhendem Spiegel, sondern eine unendliche Folge von Wellenimpulsen in unendlich vielen neuen Strahlrichtungen A_1C_1, A_2C_2, A_3C_3 usw. Ebenso entsteht irgendein reflektierter Strahl AC aus der Aufeinanderfolge einzelner Impulse unendlich vieler nebeneinander verlaufender einfallender Strahlen BA. Einem bestimmten Strahl oder dünnem Strahlenbüschel BA ein bestimmtes Büschel AC zuzuordnen als seine Fortsetzung, ist nicht möglich, die Kontinuität der Strahlwege ist aufgehoben, an der bewegten Spiegelfläche werden die Strahlen und Wellen gleichsam umgeschmolzen und in neue Strahlen, resp. Wellen, umgeprägt.

Nun hat die Michelsonsche Gleichung (1) die Kontinuität der Strahlstrecken l_1, l_2, l_3 zur Voraussetzung, jedes dieser Strahlstücke ist die Fortsetzung des vorhergehenden, es ist nicht vertauschbar durch ein paralleles Nachbarstück, besonders nicht durch ein solches verschiedener Länge oder von verschiedener Phase der Vibrationen. Das Gesetz der Gleichung (1) verliert also seine Anwendbarkeit. Nicht anders steht es um die Lichtbrechung bei bewegter Grenzfläche zweier Mittel. Jeder einfallende Strahl zerstäubt gleichsam zu einer unendlichen Zahl von Impulsen in nebeneinanderliegenden gebrochenen Strahlrichtungen, und jeder gebrochene Strahl erhält die in ihm fortgepflanzten Vibrationsimpulse aus einer unendlichen Zahl nebeneinanderliegender einfallender Strahlen. Die Anwendbarkeit der Gleichung (1) hört auch in diesem Falle auf.

Auch bei Fényis Beweisverfahren, obgleich dasselbe die Gleichung (1) vermeidet, die an sich richtig ist, wird dem einfallenden Strahl ein bestimmter gebrochener Strahl willkürlich zugesprochen, es unterliegt daher demselben prinzipiellen Einwand.

Ein anderes Verfahren aber, das in der Optik vielbewährte Prinzip der Elementarwellen von Huyghens, läßt uns auch in den beiden Fällen der Reflexion und der Brechung an bewegten Flächen nicht im Stich. Gehen wir, um das zu zeigen, aus von der Begründung des Dopplerschen Prinzips.

Eine Wellenbewegung mit der Wellenlänge λ_0, der Schwingungszahl n_0, also der Fortpflanzungsgeschwindigkeit $v = n_0\lambda_0$ erfolge von A nach B. Nun trete die Ausgangsstation A in Bewegung in der Richtung AB mit der kleineren Geschwindigkeit c. Dadurch verkürzt sich jede Welle um die Länge $c/v \cdot \lambda_0$ und man erhält eine neue Wellenbewegung mit

$$\lambda_1 = \lambda_0 \frac{v-c}{v}, \text{ oder } n_1 = n_0 \frac{v}{v-c}.$$

Bei entgegengesetzter Richtung von c ist das Vorzeichen umzukehren. Falls aber die Aus-

1) Astrophys. J. **19**, 70, 1904.

gangsstation A ruht, dagegen die Endstation B sich in der Richtung AB bewegt mit der Geschwindigkeit c, so vermindert sich die relative Geschwindigkeit der in B ankommenden Wellen von v auf $v-c$, im selben Maße vermindert sich n und man erhält

$$n_1 = n_0 \frac{v-c}{v}.$$

Die Grenzfläche zweier Mittel, ob ruhend oder bewegt, bei der Brechung wie bei der Spiegelung, spielt nun die Rolle einer Empfangsstation gegenüber den einfallenden Strahlen und einer Ausgangsstation gegenüber den abgehenden (gebrochenen oder reflektierten) Strahlen. Das ist der Sinn des Huyghensschen Prinzips, welches zugleich verlangt, daß den Punkten der Grenzfläche bezüglich der beiderlei Strahlen die nämliche Schwingungszahl n zukomme.

Der Vorgang in der bewegten Fläche erklärt sich also durch die Anwendung der zwei Grundgleichungen des Dopplerschen Gesetzes

I für die Bewegung der Empfangsstation

$$n_1 = n_0 (1 \mp c/v),$$

II für die Bewegung der Ausgangsstation

$$n_1 = n_0 \frac{1}{1 \pm c/v},$$

wobei die oberen Vorzeichen gelten, wenn die Bewegung der Station im Sinne der Wellenfortpflanzung erfolgt, die unteren beim entgegengesetzten Sinn. Tritt z. B. bei der Brechung Licht vom dünneren Mittel ($\mu = 1$) ins dichtere ($\mu = \mu$), und sind i und r die Winkel des einfallenden und des gebrochenen Strahls mit dem Einfallslot, und c die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Fläche normal verschiebt, so verlängert sich der ankommende Strahl mit der Geschwindigkeit $c/\cos i$ und verkürzt sich der gebrochene Strahl mit $c/\cos r$, zugleich ist im zweiten Mittel als Fortpflanzungsgeschwindigkeit v/μ zu setzen, wenn dem ersten Mittel v zukommt. Man erhält die doppelte Veränderung sukzessiv nach I und II:

$$n_1 = n_0 \left(1 - \frac{c}{v \cos i}\right)$$

und

$$n_2 - n_1 \frac{1}{1 - \frac{\mu c}{v \cos r}} = n_0 \frac{1 - \frac{c}{v \cos i}}{1 - \frac{\mu c}{v \cos r}},$$

n_2 ist die Schwingungszahl, mit welcher die gebrochenen Wellen an einer ruhenden Empfangsstation ankommen. Bei unbewegter brechender Fläche wäre $n_2 = n_0$.

Im Fall der Reflexion ergibt sich nach derselben Methode:

$$n_2 = n_0 \frac{1 + \frac{c}{v \cos r}}{1 - \frac{c}{v \cos i}}.$$

Nur mit Vorsicht und Vorbehalt darf man es wagen, die höheren Potenzen des Bruchs

$$\frac{c}{v \cos i} \text{ oder } \frac{c}{v \cos r}$$

zu vernachlässigen und bei der Reflexion $r = i$, bei der Brechung $\sin i = \mu \sin r$ zu setzen, denn einerseits kommen bei Fényis Berechnungen Werte von i bezw. r in Frage, welche nur um wenige Minuten von 90^0 abweichen, andererseits gilt tatsächlich bei bewegter Fläche weder das Gesetz der Reflexion $r = i$ exakt, noch dasjenige der Brechung. Daher setze ich mit dem Vorbehalt der Fehlerprüfung in den Ausdrücken

$$\frac{n_2 - n_0}{n_0} = \frac{\frac{\mu c}{v \cos r} - \frac{c}{v \cos i}}{1 - \frac{\mu c}{v \cos r}}$$

resp.

$$\frac{n_2 - n_0}{n_0} = \frac{\frac{c}{v \cos i} + \frac{c}{v \cos r}}{1 - \frac{c}{v \cos i}},$$

die Nenner gleich 1. und bei der Reflexion $i = r$, und erhalte:

Bei Reflexion mit zurückweichender Spiegelfläche

$$\frac{n_2 - n_0}{n_0} = \frac{2c}{v \cos i}. \qquad (3)$$

Bei Refraktion mit zurückweichender Grenzfläche und unter Übergang von dünnerm ins dichtere Mittel

$$\frac{n_2 - n_0}{n_0} = \frac{c}{v}\left(\frac{\mu}{\cos r} - \frac{1}{\cos i}\right), \qquad (4)$$

während nach dem Dopplerschen Prinzip (Gl. I oder II) einer Verlängerung des Abstandes von Ausgangs- und Empfangsstation die Gleichung entspricht

$$\frac{n_1 - n_0}{n_0} = \frac{c}{v}.$$

Als ein Pendant zu Michelsons Prisma (Fig. 1) mag der Winkelspiegel Fig. 3 dienen. Der in A den ersten Spiegel treffende Strahl wird zum zweitenmal in B reflektiert. Infolge der Verschiebung der Kante C nach C' mit der Geschwindigkeit c entlang der Halbierungslinie des Winkels α würde sich nach Michelsons Methode die Schwingungszahl des zweimal reflektierten Strahls ergeben zu:

$$N = n\left(1 - \frac{1}{v}\frac{dl}{dt}\right),$$

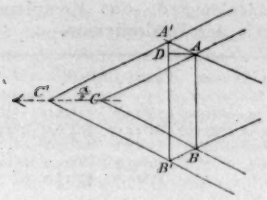


Fig. 3.

wobei

$$\frac{dl}{dt} = 2(A\dot{A} + \dot{A}D)$$

zu setzen wäre, also wenn

$$i = r = \alpha/2 \text{ und } AA' = CC' \operatorname{tg} \alpha/2$$

gesetzt wird

$$N = n\left(1 - \frac{1}{v} 2c \operatorname{tg} \alpha/2 (1 + \cos\alpha)\right)$$

$$= n\left(1 - \frac{1}{v} 2c \sin\alpha\right),$$

während nach dem richtigeren Verfahren

$$n_2 = n_0\left(1 - \frac{4c}{v} \operatorname{tg} \alpha/2\right)$$

sich ergibt.

Es mag hier hervorgehoben werden, daß für die diffuse Reflexion und für die spiegelnde Reflexion, je an bewegter Wand, ein beachtenswerter Unterschied besteht. Bei der Verschiebung der Wand in normaler Richtung mit der Geschwindigkeit c und für die Winkel i und r der einfallenden und der gegen ein Auge zurückgeworfenen Strahlen bewirkt die diffuse Reflexion eine Veränderung nach der Gleichung:

$$\frac{n_2 - n_0}{n_0} = \frac{c \cos i}{v} + \frac{c \cos r}{v},$$

die spiegelnde aber nach der Gleichung:

$$\frac{n_2 - n_0}{n_0} = \frac{c}{v \cos i} + \frac{c}{v \cos r}.$$

die Eingangs erwähnte Gleichung von Poincaré entspricht dem Fall der diffusen Reflexion.

Zur Untersuchung der Veränderung, welche entweder das Brechungs- oder das Reflexionsgesetz durch Bewegung der Fläche erleidet, kann man sich des gewöhnlichen Verfahrens der Ableitung dieser Gesetze nach dem Prinzip von Huyghens bedienen.

In nebenstehender Figur (Fig. 4) seien S und S_1 die Schnitte der brechenden Grenzfläche zweier Mittel ($\mu = 1$ und $\mu = \mu$), AB sei die Stirn einer ankommenden ebenen Welle, A erreicht die Grenzfläche in ihrer Lage S, B später in der Lage S_1 im Punkte B'. Die Längen, um welche die Elementarwellen in gleicher Zeit fortschreiten, haben das Verhältnis $AA' : BB' = \mu : 1$. AB' schließe mit S und

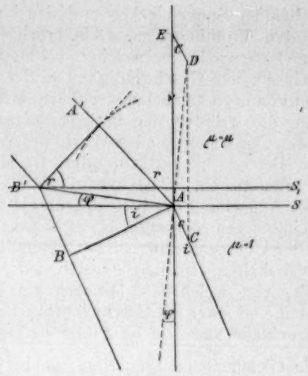


Fig. 4.

S_1 den Winkel φ ein, so ergibt die Figur $AA' : BB' = \sin(i + \varphi) : \sin(r + \varphi)$.

Man erhält somit als neues Brechungsgesetz, je nachdem die Fläche S die ankommenden Wellen flieht oder denselben entgegenrückt,

$$\sin(i \pm \varphi) = \mu \sin(r \pm \varphi) \qquad (5)$$

und ebenso ergibt sich als neues Reflexionsgesetz

$$i \pm \varphi = r + \varphi, \qquad (6)$$

und zwar hat φ in beiden Fällen einen von μ unabhängigen Wert, der sich aus der hier nicht abgeleiteten Gleichung ergibt:

$$\sin\varphi = c \sin\alpha : \sqrt{v^2 + 2cv\cos\alpha + c^2}, \qquad (7)$$

d. h. φ bestimmt sich konstruktiv als Winkel eines Dreiecks, das sich aus dem Winkel $180^0 - \alpha$, bezw. α, und den einschließenden Seiten v und c zeichnen läßt.

Die Figur deutet das durch das Parallelogramm $ACDE$ an, dessen verlängerte Diagonale DA mit dem Einfallslot des Strahls den Winkel φ einschließt. Denkt man sich das Einfallslot durch diese neue Richtung ersetzt und von hier aus Einfallswinkel und Brechungswinkel gemessen, so bleibt die Form des Brechungsgesetzes erhalten. Dasselbe gilt für die Reflexion.

Schreibt man die Gleichung (7) in der Form

$$\sin\varphi = \frac{c}{v} \sin\alpha \cdot \sqrt{1 \pm \frac{2c}{v} \cos\alpha + \frac{c^2}{v^2}},$$

so erkennt man, daß in allen Fällen, wo $\frac{c}{v}$ ein kleiner Bruch ist, auch φ ein kleiner Winkel ist, den wir schon mit großer Genauigkeit erhalten, wenn wir das Wurzelglied gleich Eins setzen.

Nach Fényi handelt es sich unter den Anwendungen des Dopplerschen Gesetzes in der Astronomie um sehr große Beträge von c, vor

allem bei den Sonnenflecken und den hochaufsteigenden Protuberanzen. Alljährlich kehren einzelne Fälle wieder, bei welchen das Dopplersche Gesetz auf Geschwindigkeiten der Lichtquellen von etwa 300 Kilometer führt. Demnach dürften die größten der in irgendeinem Gebiete der Optik auftretenden Werte des Winkels φ den Betrag $c:v = 0{,}001$ oder 3,4 Minuten kaum übersteigen. Dasselbe gilt vom Werte des bei Aufstellung der Gleichungen (3) und (4) vernachlässigten Nennerglieds, so daß die nachfolgenden Untersuchungen ihre annähernde Richtigkeit behalten, solange es sich um Winkel handelt, von welchen 3 Minuten ein kleiner Bruchteil sind, oder um Geschwindigkeiten c, die nur Bruchteile von 300 Kilometer betragen.

Die Gleichung (4) zeigt, daß die Erklärung einer Linienverschiebung als Wirkung einer Brechung an einer bewegten Fläche mindestens gleichberechtigt erscheint mit der Erklärung nach Doppler, sobald der Klammerausdruck

$$\frac{\mu}{\cos r} - \frac{1}{\cos i}$$

größer angenommen werden kann als 1, oder kleiner als -1, denn in diesen Grenzfällen erfordert die eine wie die andere Erklärungsart die Annahme gleich großer Geschwindigkeit. Die Funktion

$$y = \frac{\mu}{\cos r} - \frac{1}{\cos i},$$

in welcher $\sin i = \mu \sin r$ ist, hat für $i = r = 0^0$ den positiven Wert $(\mu - 1)$ (positiv zunächst im Fall des Übergangs von dünnerm ins dichtere Mittel bei positivem Werte von c), sie nimmt für $i = 90^0$, wobei r gleich dem Grenzwinkel der Totalreflexion wird, den Wert $-\infty$ an. Dazwischen wird $y = 0$ für $\operatorname{tang} i = \mu$ und $\operatorname{tang} r = 1/\mu$. Also bei Werten von μ, welche von 1 nicht viel abweichen, ist i wenig größer, r wenig kleiner als 45^0.

Es wird also in der Tat zwischen 45^0 und 90^0 Werte von i geben, für welche die Funktion y kleiner als -1 wird. Ich wähle für die Berechnung derjenigen Werte von i, welche $y = -1$ ergeben, dieselben Beispiele, welche Fényi seinen Berechnungen zugrunde gelegt hat, nur das letzte Beispiel füge ich noch weiter hinzu. Die erste Spalte der Zusammenstellung der berechneten Werte gibt die von Fényi angenommenen Wasserstoffdichten D, die zweite die zugehörigen Werte von μ, die dritte die von Fényi berechneten Werte von $\omega = 90^0 - i$, die vierte und fünfte die von mir berechneten Werte von i und r, die sechste die Differenz von 4 und 5 als Wert der durch die Brechung bewirkten Richtungsänderung, die siebente die bei dem betreffenden Werte von μ mögliche größte Ablenkung δ, das Komplement des Grenzwinkels der Totalreflexion.

D	μ	ω	i	r	$i-r$	δ
100	1,0139	$0^0 51' 20''$	$78^0 13{,}7'$	$74^0 55{,}0'$	$3^0 18{,}7'$	$9^0 24'$
50	1,00695	$0^0 27' 20''$	$82^0 44{,}0'$	$78^0\ 0{,}0'$	$4^0 44'$	$6^0 43'$
15	1,00208	$0^0 10' 36''$	$83^0 13{,}2'$	$82^0 17{,}0'$	$0^0 55{,}8'$	$3^0 41{,}5'$
1,5	1,0002	$0^0\ 4'\ 8''$	$86^0 55{,}3'$	$86^0 43{,}0'$	$0^0 12{,}3'$	$1^0\ 9'$
0,75	1,0001		$87^0 20{,}0'$	$87^0 13{,}0'$	$0^0\ 7'$	$0^0 48{,}3'$

Wenn man zu den Werten von i die Ergänzungen zu 90^0 bildet und mit Fényis Werten für ω vergleicht, so erkennt man, daß die verbesserte Theorie die Chancen der neuen Erklärung der Linienverschiebung ganz erheblich vergrößert. Der Spielraum für die Werte von i, bei welchen man kleinere Geschwindigkeiten c nötig hat, als gemäß der Dopplerschen Erklärung, ist in den vier Beispielen 13, 17, 35, 57 mal größer geworden als bei Fényi. Nichts steht im Wege, mit den Werten von μ der Einheit noch viel näher zu rücken, denn der Spielraum bei $\mu = 1{,}0001$ ist noch immer fast 3 Grad. Würde man im Fall des letzten Beispiels dem Winkel i den Wert von 88^0 geben, so bekäme die Funktion y den Wert 5, bei 89^0 den Wert 40, d. h. man könnte eine beobachtete Linienverschiebung durch Brechung mittelst einer 5mal, einer 40mal kleineren Geschwindigkeit erklären, als durch Bewegung der Lichtquelle.

Bei alledem ist bis jetzt nur einmalige Brechung vorausgesetzt. Der Lichtstrahl, welcher eine in domförmig nach oben gewölbter Gestalt aufwärts (oder abwärts) steigende Gasmasse durchschneidet, wird beim Eintritt und Austritt wie in einem Prisma gebrochen, alle Chancen der neuen Erklärung verdoppeln sich bei der Annahme solcher Vorgänge.

Aber das Gebiet der Erklärungsmöglichkeiten erweitert sich noch ganz erheblich unter Verminderung der physikalischen Unwahrscheinlichkeiten.

Im Anschluß an die Deutung des Randes im Scheibenbilde der Sonne als des Produkts der Strahlenbrechung in der Sonnenatmosphäre habe ich versucht, auch die Mehrzahl der außerordentlichen Erscheinungen außerhalb des Sonnenrandes des Scheins zu entkleiden, als ob es sich um leuchtende Objekte in den betreffenden Abständen von der Sonne handelte. Entweder nämlich, und das scheint mir das physikalisch ganz Unwahrscheinliche, sind die hochaufsteigenden Protuberanzen glühende Gasmassen, deren ungeheure, teilweise über 800 Kilometer betragende Geschwindigkeiten des Aufsteigens ihnen keine Zeit zur Ausdehnung und adiabatischen Abkühlung lassen, oder es sind Produkte der Refraktion in emporgestiegenen, nicht selbst leuchtenden, von

Schichten wechselnden Brechungsvermögens, Schlieren, durchsetzten Gasmassen, welche uns das Licht des äußersten Saumes des Sonnenrandes, der Chromosphäre, widerspiegeln.

Die Durchführung des letzteren Gedankens[1]) erforderte den Nachweis, daß in sehr verdünnten Gasen es möglich sei, daß Ablenkungen der Lichtstrahlen stattfinden von beispielsweise über 50^0 aus der anfänglichen Richtung. So große Ablenkungen müßten stattfinden, um Protuberanzen in Höhen von beispielsweise $^1/_3$ des Sonnenradius als möglich zu erklären. Die zwei letzten Spalten der obigen Zusammenstellung von Zahlenbeispielen scheinen das vollständig auszuschließen. Zugleich war zu begründen, warum durch ebensolche starke Ablenkungen nicht auch das Licht der weißen Sonnenscheibe wiedergespiegelt werde.

Die Erklärung gelingt durch die Annahme von Gasschichten mit nahezu horizontaler bezw. wenig geneigter Lagerung, bei nach oben abnehmender Dichte, deren wechselnde Abweichungen von der horizontalen Lagerung in den höheren Gebieten größer sind, als in den tieferen. Eine solche Annahme dürfte ihre tiefere Begründung haben im Unterschied der barometrischen Gradienten für schwere Gase der tieferen, von denjenigen für leichte Gase der höheren Gebiete der Sonnenatmosphäre.

In solchen Schichten und Schlieren beschreiben Strahlen, welche genügend kleine Winkel mit der Richtung der Lagerung einschließen, nach unten konkave Wege, deren Krümmungsradien hauptsächlich von dem zu ihnen senkrecht genommenen Gradienten des Brechungsindex abhängt. Insbesondere habe ich auf den Unterschied der mehr ruhenden und der hochaufsteigenden metallischen Protuberanzen hingewiesen und die letzteren, deren Licht teilweise aus tieferen Schichten der Chromosphäre abstammen muß, durch die Annahme von Schlieren erklärt, welche als mächtige aus der Sonnenmasse ausbrechende Wellen sich nach oben fortpflanzen.

Diese Vorstellungen und die neue von Michelson eingeleitete Erklärungsart für die Verschiebung der Spektrallinien kommen einander aufs schönste entgegen. Insbesondere gewinnen wir für die Wellenlängenveränderung noch eine sehr wirksame weitere Ursache in dem Vorgang, den ich früher als große Refraktion von der kleinen, dem einfachen Übertritt des Strahls über die Grenzfläche, unterschieden habe, nämlich in dem Eintritt und Wiederaustritt aus derselben Schliere nach erfolgter Umbiegung des Strahls durch eine Art Totalreflexion. Hier kommt das Gesetz der Reflexion (Gl. 3) in Anwendung, welche an Wirksamkeit die Refraktion noch übertrifft, denn sie entspricht dem doppelten Vorgang der Brechung mit Brechungswinkel 90^0.

An einer Schliere von flach schalenförmiger Gestalt wird ein Strahl verschiedene und entgegengesetzte Änderungen seiner Wellenlänge erfahren, je nachdem er die Schliere auf ihrer konvexen Seite nur durchschneidet, oder, auf der konvexen oder konkaven Seite ein- und austretend, gespiegelt wird.

Bei diesen Refraktionen in sehr schiefer Richtung tritt zugleich eine sehr starke Dispersion ein, besonders in sehr dünnen und zarten Schlieren werden Spaltungen der Strahlen in zwei getrennte Gruppen stattfinden können. Die eine schwächer brechbare Gruppe durchdringt die Schliere mit kleiner Refraktion, die andere stärker brechbare erleidet die große Refraktion, verhältnismäßig kleine Unterschiede der Werte von μ können sehr große Differenzen der Wellenlängenänderung zur Folge haben, und werden Unterschiede in der Zusammensetzung des Protuberanzlichts und des Chromosphärenlichts erzeugen müssen, trotz übereinstimmenden Ursprungs.

Nach meiner Untersuchung in Jahrgang 4, 341, 1903, dieser Zeitschrift dürfte das Gebiet des Grün vorzugsweise von starken Störungen seiner Linien betroffen werden.

Eine der unwahrscheinlichsten Annahmen, welche auch Michelson noch nicht zu überwinden in der Lage war, die aber besonders der Dopplerschen Erklärungsweise anhaftet, ist die Annahme einer örtlichen Scheidung der chemischen Elemente in derselben Protuberanz, demselben Sonnenfleck, auf welche Scheidung man aus der die einzelnen Spektrallinien sehr verschieden betreffenden Linienverschiebung schließen mußte. Diese Verschiedenheit erscheint als natürliche Folge sowohl der Dispersion als der mannigfaltigen, teils sich summierenden, teils sich subtrahierenden Wirkungen mehrfach aufeinanderfolgender Brechungen in umeinanderwirbelnden Schlieren.

Am 15. Juli 1895 hat Fényi in einer Protuberanz eine Verschiebung beobachtet, welche auf 859 Kilometer Geschwindigkeit schließen ließ, eine selbst die Potentialgeschwindigkeit an der Sonne weit überschreitende Größe. Nach vorstehenden Ausführungen werden wir noch viel größere Verschiebungen für möglich halten, wenn auch den Gasen der Sonnenatmosphäre keine größere Molekulargeschwindigkeit als etwa 600 Kilometer und keine größere Wellengeschwindigkeit als höchstens 400 Kilometer zukommen dürfte.

(Eingegangen 6. März 1906.)

1) Zeitschrift Sirius, Mai 1895.

Die Doppelschatten der Ringbrenner und Kerzen.

Von W. Holtz.

Es mag gern sein, daß die Erscheinung, von der ich reden will, schon von anderen beobachtet und daß sie auch schon irgendwo beschrieben ist. Letzteres jedoch habe ich nicht ermitteln können.

Steht eine Petroleumlampe auf einem Tische, auf welchem eine weiße Decke liegt, sieht man leicht, daß die Drähte, welche den Ring für die Milchglasglocke tragen, einen doppelten Schatten werfen. Der Grund ist natürlich, daß die Flamme nicht gleichmäßig hell, sondern an den vertikalen Rändern heller erscheint, weil hier mehr leuchtende Punkte hintereinander liegen, so daß also auf jeden Draht gewissermaßen zwei Flammen wirken. Interessant ist dabei, daß der Unterschied der Helligkeit größer wird, wenn man die Flamme durch Niederschrauben des Dochtes dunkler brennen läßt, weshalb dann die Schatten auch deutlicher werden und mehr auseinander rücken.

Eine Kerzenflamme erscheint aus gleichem Grunde an den Rändern heller als in der Mitte, weshalb man auch bei dieser, etwa mit einer senkrecht in 12 cm Abstand gehaltenen Nadel auf einem 30—60 cm entfernten Papierstück einen doppelten Schatten sieht. Hier tritt die Verdoppelung aber erst ein, wenn die Kerze einige Zeit gebrannt hat und natürlich eher, wenn die Nadel der Kerze näher steht, weil beide Schatten sonst eher zusammenfließen, weshalb man auch die Verdoppelung der schlankeren Spitze am ehesten sieht. Übrigens macht sich der Doppelschatten noch bemerkbar bei der Verschmelzung, auch bei dickeren Stäbchen, sofern der einfache Schatten ungleich helle Streifen zeigt, was ich bei der Photometrie oft als einen Übelstand empfunden habe, ohne ihn deuten zu können.

Bei einer weißglühenden Eisenstange sieht man keine Inhomogenität des Lichtes, wohl weil sie nicht durchsichtig ist, wie eine Kerze, und sich so die hintereinanderliegenden Lichtpunkte in ihrer Wirkung nicht summieren können. Bei solcher stellte sich auch kein Doppelschatten ein.

(Eingegangen 16. Januar 1906.)

BESPRECHUNGEN.

H. Baumhauer, Die neuere Entwicklung der Kristallographie. (Die Wissenschaft. Heft 7.) 8. VIII u. 184 S. mit 46 Abbildungen. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 1905. M. 4.—, gebunden in Leinw. M. 4,60.

Das vorliegende Buch wendet sich nach dem Vorworte des Verfassers, insbesondere an solche Leser, „welche, der Kristallographie weniger nahe stehend, dennoch, etwa als Physiker oder Chemiker, der Entwicklung dieser Wissenschaft Interesse entgegenbringen, ja nicht selten sich der kristallographischen Methoden zur Förderung ihrer eigenen Studien bedienen müssen." Deswegen war aus dem reichhaltigen Stoffe eine Auswahl zu treffen; es werden ganz besonders solche Tatsachen und Theorien besprochen, welche sich auf die Kristallographie im engeren Sinne beziehen: Symmetrie- und Formverhältnisse, Bildungsweise der Kristalle, Beziehungen zwischen Form und chemischer Konstitution kristallisierter Stoffe.

Die Kapitelübersicht ist folgende (es seien nur die wichtigsten Unterabteilungen hervorgehoben):

I. Einleitung. (Definition eines Kristalls; fließende und flüssige Kristalle; kristallographische Symbole; Projektion.)

II. Kristallklassen und Pseudosymmetrie. (Einteilung der Kristalle in 32 Klassen; Symmetrieelemente; Kristallsysteme; pseudosymmetrische Kristalle.)

III. Ermittelung der Symmetrieverhältnisse der Kristalle. (Goniometrie; optisches Verhalten der Kristalle; Zirkularpolarisation optisch einachsiger und zweiachsiger Kristalle; polare Pyroelektrizität; Ätz- oder Lösungserscheinungen; geometrische, optische etc. Anomalien.)

IV. Zwillingsbildung der Kristalle. (Allgemeine Zwillingsgesetze; Deutung des Vorganges der Zwillingsbildung; Mimesie.)

V. Flächenentwicklung und Wachstum der Kristalle. (Gesetz der Komplikation; Beobachtungen an flächenreichen Zonen; Raumgitter und Punktsysteme; Einfluß des Lösungsmittels.)

VI. Chemische Kristallographie. (Isomorphie; Morphotropie; P. v. Groths neuere Auffassung hierüber; Polymorphie.)

VII. Anhang. (Kristallklassen, Namen und Symbole der Formen nach P. v. Groths physikalischer Kristallographie.)

In bezug auf Terminologie und Symbole hat Verfasser an die früher üblichen Bezeichnungen angeknüpft und so in die jetzt herrschende Auffassung und Einteilung der Kristallformen eingeführt.

Die Auswahl aus dem umfangreichen Stoffe der Kristallographie war sicher schwer zu treffen. Trotzdem weist das Buch bei nicht zu großem

Umfange eine solche Reichhaltigkeit und Vollständigkeit auf, daß es nicht nur für den Physiker und Chemiker übergenug bringt, sondern auch dem Fachmann eine nicht unwillkommene Gabe sein dürfte.

Dem Werke ist eine freundliche Aufnahme zu wünschen. Georg Gehlhoff.

(Eingegangen 11. Dezember 1905.)

E. Blau, Die Mechanik fester Körper. Lehrbuch in elementarer Darstellung für höhere technische Fachschulen und zum Selbstunterricht nebst einer Sammlung von 250 aufgelösten Beispielen. gr. 8. VII u. 263 S. mit 210 Abbildungen. Hannover, Dr. Max Jänecke. 1905. M. 6.—. Gebunden M. 6.60.

Das Buch enthält die üblichen zahlreichen Anwendungen der Mechanik, noch umfangreicher gemacht durch sehr viele Rechnungsbeispiele. Dadurch ist die Übersicht über die Grundlagen der Mechanik erschwert, eine Erscheinung, die öfters in den technischen Lehrbüchern und Vorlesungen zu finden ist: vor den zu breit vorgetragenen Anwendungen tritt der verbindende Grundgedanke zurück. Die Behandlung des Stoffes ist häufig schwerfällig, was sich zum Teil wohl aus dem Bestreben erklärt, nur „elementar" abzuleiten, d. h. das Differential zu vermeiden; dafür erscheint dann das harmlosere „Δ" (§ 6). Falsch ist der § 66, der das absolute und das technische Maßsystem vergleicht. Dort sind als Einheiten des technischen Maßsystems das Meter, die Kilogrammmasse und die Sekunde angegeben, während das wesentliche Kennzeichen des technischen Maßsystems das ist, daß neben Länge und Zeit die Kraft (z. B. das Kilogrammgewicht) und nicht die Masse die Grundeinheit bildet. Damit werden alle folgenden Gegenüberstellungen der Größen nach beiden Systemen hinfällig. H. Hort.

Jahrbuch der Chemie. Bericht über die wichtigsten Fortschritte der reinen und angewandten Chemie. Unter Mitwirkung von Fachgenossen herausgegeben von R. Meyer. XIV. Jahrgang 1904. gr. 8. XII u. 589 S. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1905. M. 14,—, gebunden M. 15,— u. M. 16,—.

Der vorliegende 14. Band des wohlbekannten Jahrbuches schließt sich würdig seinen Vorgängern an. Der für unsere Leser wichtigste physikalisch-chemische Teil, der bisher von dem leider allzu früh verstorbenen Bodländer bearbeitet worden war, hat in A. Coehn einen vorzüglichen Bearbeiter gefunden, so daß der neue Band wie die früheren seinen Zwecken in vollstem Maße gerecht wird.

E. Bose.

(Eingegangen 6. Dezember 1905.)

A. Bernthsen, Kurzes Lehrbuch der organischen Chemie. 9. Auflage. Bearbeitet in Gemeinschaft mit E. Mohr. 8. XXI u. 638 S. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 1906. M. 11,—, gebunden M. 11,80.

Das Bernthsensche Lehrbuch ist nachgerade auch ein guter Bekannter und kann als kurz und klar geschriebenes Lehrbuch der organischen Chemie unseren Lesern nur aufrichtig empfohlen werden, erfreut es sich doch mit vollem Recht stets wachsender Beliebtheit.

E. Bose.

(Eingegangen 6. Dezember 1905.)

Sir William Ramsay. Moderne Chemie. II. Teil: Systematische Chemie. Ins Deutsche übertragen von Max Huth. Halle a/S., W. Knapp. 1906. ca. M. 2,—.

Die deutsche Ausgabe von Sir William Ramsays „Modern chemistry" ist schon beim Erscheinen des ersten Teiles eingehend[1]) gewürdigt worden und bedarf es also hier nur des Hinweises darauf, daß nunmehr das Werk vollständig vorliegt. E. Bose.

1) Diese Zeitschr. **6**, 560, 1905.

(Eingegangen 6. Dezember 1905.)

H. v. Jüptner, Lehrbuch der chemischen Technologie der Energien. I. Band: Die chemische Technologie der Wärme und der Brennmaterialien. 1. Teil: Wärmemessung, Verbrennung und Brennmaterialien. gr. 8. 340 S. mit 118 Abbildungen. Wien, Franz Deuticke. 1905. M. 7,—.

Auch hier liegt ein umfangreicheres Werk in seinem ersten Teile vor. Das zur Schulung junger Techniker bestimmte Werk ist auf moderner Grundlage in eigenartiger Weise aufgebaut und wird bei dem literarischen Geschick des produktiven Verfassers wohl seinem Zwecke gerecht werden. Eine eingehendere Beurteilung muß jedoch vorläufig noch hinausgeschoben werden, bis die Publikation weiter gediehen ist und die Ausgestaltung des Ganzen sich richtig übersehen läßt. E. Bose.

(Eingegangen 6. Dezember 1905.)

R. Lorenz, Traité d'Electrochimie. Nach der deutschen Ausgabe umgearbeitet von G. Hostelet.

Da es sich hier nur um eine fremdsprachliche Überarbeitung der deutschen Ausgabe handelt, so möge die einfache Erwähnung genügen. E. Bose.

(Eingegangen 6. Dezember 1905.)

H. Jahn, Grundriß der Elektrochemie. 2. umgearbeitete Auflage. Lex. 8. XII u. 549 S. mit 5 Abbildungen. Wien, A. Hölder. 1905. M. 17,20, gebunden in Halbfranz M. 19,70.

Man gewinnt über ein beliebiges Gebiet (im buchstäblichen wie im übertragenen Sinne gesprochen) stets erst dann eine freiere Übersicht, wenn man dasselbe von verschiedenen, wenn auch oft nahegelegenen Standpunkten aus betrachtet. Deshalb ist dem Referenten auch stets die erste Auflage des Jahn bei elektrochemischen Studien ein lieber Begleiter und Berater gewesen, und so konnte derselbe gewissermaßen in der zweiten Auflage einen guten alten Bekannten begrüßen. Zwar hatte der letztere im Laufe der Jahre sein Aussehen erheblich geändert, sich stattlich herausgewachsen und das war wohl nicht anders zu erwarten, aber im Grunde war er ganz der Alte geblieben. Demnach braucht der Referent seine Empfehlung wohl kaum noch einmal in einem besonderen Satze zusammenzufassen.

E. Bose.

(Eingegangen 6. Dezember 1905.)

E. Abbe, Gesammelte Abhandlungen. II. Band: Wissenschaftliche Abhandlungen aus verschiedenen Gebieten. Patentschriften. Gedächtnisreden. gr. 8. IV u. 346 S. mit 7 Tafeln und 16 Figuren. Jena, Gust. Fischer. 1906. M. 7,50, gebunden M. 8,50.

Dieser Band enthält fünf theoretische Arbeiten, nämlich eine Dissertation über das Wärmeäquivalent, zwei Abhandlungen über Fehlerverteilung und wahrscheinlichen Fehler, eine über Entstehung von Kometen und eine über Interferenzprinzip, sowie elf praktische, nämlich drei über Bestimmung des Brechungsexponenten, fünf über beobachtende Astronomie, zwei über Meßapparate und eine über Glasverzeichnis; ferner zehn Patentschriften, insbesondere über Okular mit großer Augenweite, über Reliefernrohre und Entfernungsmesser, über Anamorphose und über Benutzung und Prüfung nichtsphärischer Linsen; endlich zwei Referate über Schmidt und Ferraris und drei Gedächtnisreden auf Fraunhofer, Zeiß und Schäffer.

Abgesehen von der immer noch ausstehenden Mikroskoptheorie scheinen mithin die wissenschaftlichen Arbeiten des Verfassers abgeschlossen vorzuliegen. Ein 3. Band soll die Reden und Ansprachen sozialer Natur bringen. Ein näheres Eingehen auf vorliegenden Band halte ich im Hinblick auf den Inhalt und den Verfasser für überflüssig.

(Eingegangen 6. Januar 1906.)

E. R. Neumann, Studien über die Methoden von C. Neumann und G. Robin zur Lösung der beiden Randwertaufgaben der Potentialtheorie. Von der Fürstl.-Jablonowskischen Gesellschaft zu Leipzig gekrönte und herausgegebene Preisschriften. 37. Bd. (Nr. XV d. math.-naturw. Sektion). Lex. 8. 4. XXIII u. 194 S. mit 9 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1905. M. 10,—.

Der von H. Poincaré (Acta math. XX) für nicht überall konvexe Flächen gegebene Konvergenzbeweis der C. Neumannschen Methode des arithmetischen Mittels läßt hinsichtlich seiner Strenge mehrfache Einwände zu. Die Vorarbeiten für eine endgültige Herstellung des Konvergenzbeweises zu liefern, beabsichtigt nun der Verfasser in der vorliegenden Preisarbeit, indem er die Potentiale der C. Neumannschen Kette in ihren Eigenschaften genau untersucht, und zwar auf einem neuem, als „Methode der Polarfunktionen" bezeichneten Wege, welcher die für beliebige Randwerte gebildete Funktionenkette, mit der für die Randwerte der Greenschen Funktion gebildeten verbindet. Der Konvergenzbeweis selbst wird hierdurch einstweilen noch nicht erbracht, indem für die Glieder der C. Neumannschen Reihe bloß folgt, daß sie überhaupt nach Null konvergieren, eine Lücke, welche der Verfasser schließlich dadurch ausfüllt, daß er zeigt, wie alle weitere Unsicherheit auf einen einzigen Poincaréschen Satz geworfen werden kann.

G. Herglotz.

(Eingegangen 13. Januar 1906.)

J. Willard Gibbs, Elementare Grundlagen der statistischen Mechanik entwickelt besonders im Hinblick auf eine rationelle Begründung der Thermodynamik. Deutsch bearbeitet von E. Zermelo. gr. 8. 216 S. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1905. M. 10,—.

Da die Übersetzung, die Herr Zermelo gibt, sich enge an das englische Original anschließt, verweisen wir bezüglich des Inhalts des Buches auf ein ausführliches Referat, das Herr Abraham in dieser Zeitschrift über das Original gegeben hat. (Siehe 3. Jahrg., S. 582, 1902). Nur bezüglich des zweiten Teils des Buches, der Behandlung der irreversiblen Pro-

zesse der Thermodynamik, wäre noch zu bemerken: Gegen das Kap. XII, das die Grundlage jener Irreversibilitätstheorie bildet, sind bald nach der Veröffentlichung Einwände durch Burbury erhoben worden. Anderseits hat Planck eine Kritik der Gibbsschen Entropiedefinition gegeben. Diese Einwände zusammengefaßt zeigen sehr deutlich den fundamentalen Gegensatz und zugleich die Überlegenheit der Methode des Boltzmannschen *H*-Theorems gegenüber der Irreversibilitätstheorie, die Gibbs hier entwickelt. Da Gibbs bald nach Erscheinen des Werkes starb, sind diese Punkte noch ganz unaufgeklärt. Immerhin ist zu hoffen, daß eine Ersetzung der Entwicklungen des Kap. XII durch ganz neue, schließlich die Gibbssche Theorie der irreversiblen Erscheinungen fundamentieren wird. Übrigens schreibt Herr Zermelo im Vorwort, daß er an anderer Stelle die Einwände besprechen wolle, die er selbst gegen das Kap. XII und seine Folgerungen zu erheben habe.

Mittlerweile bietet die eigentümliche Behandlung, die Gibbs von den irreversiblen Prozessen gibt, besonders was die Koexistenz mehrerer Phasen betrifft, schon eine Fülle von Anregung.

Man wird Herrn Zermelo für seine Übersetzung dankbar sein. Sie gibt auch die schwierigsten Stellen des Originals mit einer Genauigkeit wieder, die das Zurückgreifen auf das Original überflüssig machen dürfte. Das ist um so bemerkenswerter, als nicht selten gerade an den kritischsten Punkten, z. B. im Kap. XII und XIV, die Folgerungen ohne die Verwendung mathematischer Symbole gezogen werden. Jeder, der sich durch die Terminologie des Originals durcharbeiten mußte, wird die Prägnanz, die Herr Zermelo der Terminologie in seiner Übersetzung gegeben hat, freudig begrüßen. P. Ehrenfest.

(Eingegangen 13. Januar 1906.)

W. Trabert, Meteorologie und Klimatologie. gr. 8. 132 S. mit 37 Figuren im Text. Wien, F. Deuticke. 1905. M. 5,—.

Zum erstenmal wird in dem vorliegenden, für den Geographen bestimmten Buche der Versuch gemacht, Meteorologie und Klimatologie dem Leser in einheitlicher Gestalt vorzuführen, ein Versuch, der in jeder Beziehung gelungen ist. Die Vereinigung der beiden Schwesterdisziplinen in einem Buche ließ den Verfasser von der sonst üblichen Einteilung des Stoffes abweichen, wohl um Wiederholungen vorzubeugen. Der erste Abschnitt behandelt die Grundlagen, die meteorologischen Elemente, die Methoden ihrer Messung und der Bearbeitung des gesammelten Materials. Der zweite Abschnitt gibt in gedrängter Form eine Einführung in die Physik der Atmosphäre. Konnte nach Art des Gegenstandes und dem Rahmen des Buches entsprechend der Verfasser wesentlich neue Gesichtspunkte in diesen beiden Teilen nicht bieten, so bildet der dritte umfangreiche Abschnitt ein wahres Kabinettstück meisterhafter und durchaus origineller Behandlung des Wetters und des Klimas. Dieser letztere Umstand wird das Buch auch dem Meteorologen wertvoll machen. Bei der überaus klaren und durchsichtigen Behandlung des Stoffes wird es besonders zur Einführung in die Meteorologie und Klimatologie geeignet sein. Bezüglich der Zahlenangaben hat sich der Verfasser an das umfangreiche Handbuch der Klimatologie von Hann angelehnt. Die Ausstattung des Buches ist angemessen, der Preis recht niedrig zu nennen. E. Przybyllok.

(Eingegangen 20. Januar 1906.)

Königlich Preußisches Meteorologisches Institut. Anleitung zur Anstellung und Berechnung meteorologischer Beobachtungen. Zweite, völlig umgearbeitete Auflage. gr. 8. I. Teil. Beobachtungen der Stationen II. u. III. Ordnung. VI u. 66 S. Berlin, A. Asher & Co. 1904. M. 2,—. 2. Teil. Besondere Beobachtungen und Instrumente. III u. 49 S. Berlin, A. Asher & Co. 1905. M. 2,—.

Die wichtigste Änderung, welche die 2. Auflage dieser Anleitung erfahren hat, ist eine Teilung des Stoffes, der an und für sich gegen die 1. Auflage bedeutend bereichert worden ist. Der I. Teil enthält spezielle Vorschriften zur Ausführung und Berechnung derjenigen meteorologischen Beobachtungen, die an den Stationen II. und III. Ordnung des Kgl. Preußischen meteorologischen Institutes pflichtgemäß angestellt werden, in sehr elementarer Form, die aber notwendig ist, weil leider vielfach an die Vorbildung der Beobachter große Ansprüche nicht gestellt werden können. Ist somit der 1. Teil auf einen bestimmten Zweck hin zugeschnitten, so geht der 2. Teil über diesen Rahmen weit hinaus und bringt eine Anleitung zur Anstellung besonderer Beobachtungen (leider fehlen hier Vorschriften zur Beobachtung von Erdbeben) verbunden mit detaillierter Beschreibung der wichtigsten registrierenden Instrumente, die bei dem Mangel einer neueren meteorologischen Instrumentenkunde vielen Wünschen entgegenkommen dürfte. Abgesehen von zahlreichen guten Abbildungen und den nötigen Reduktionstafeln, sind zwei Tafeln der hauptsächlichsten Wolkenformen beigegeben, deren Ausführung mustergültig genannt werden muß. E. Przybyllok.

(Eingegangen 20. Januar 1906.)

Handbuch der anorganischen Chemie. In 4 Bänden. Herausgegeben von R. Abegg. II. Band, 2. Abteilung: Die Elemente der zweiten Gruppe des periodischen Systems. Lex. 8. IX u. 700 S. mit 16 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1905. Subskr.-Preis M. 22,—, gebunden M. 24,—, Einzelpreis M. 24,—, gebunden M. 26,—.

In dem Abeggschen Handbuche der anorganischen Chemie beginnt ein im größten Stile angelegtes Werk zu erscheinen, welches das ungeheure Tatsachenmaterial der anorganischen Chemie bis zu den Erfolgen der neuesten Zeit hin mit denkbarster Vollständigkeit zum ersten Male kritisch zu verwerten unternimmt und zwar unter steter Hineinarbeitung der durch die moderne Entwickelung der theoretischen Chemie gegebenen Gesichtspunkte. Das ist ein ungeheuer schwieriges, aber auch wichtiges Unternehmen, ein Werk, das eines Mannes Kraft bei weitem übersteigt, hat man doch schon seit langem für die anorganische Handbuchliteratur sich auf die Zusammenarbeit Vieler verlassen müssen. Die Person des Herausgebers aber und die Liste der hauptsächlichsten Mitarbeiter bürgt in diesem Falle dafür, daß die Behandlung des Ganzen eine möglichst weitgehend einheitliche werden wird. Dafür legt auch die eigenartige, aber für den Wert des Ganzen sicher äußerst förderliche Organisation des Werkes aufs deutlichste Zeugnis ab, wie der zur Zeit vorliegende zweite Teil des zweiten Bandes zeigt. Ein näheres Eingehen auf Einzelheiten ist wegen Mangel an Platz hier nicht möglich, doch erscheint es dem Referenten zweifellos, daß hier ein Standard work im besten Sinne des Wortes im Entstehen begriffen ist, das nur aufs angelegentlichste empfohlen werden kann, und dem der Referent ein möglichst schnelles Erscheinen im Interesse aller wünscht. Dem verdienstvollen Herausgeber aber wünscht der Referent in reichstem Maße die werbenden und was jetzt mehr nötig, die anspornenden und beschleunigende Fähigkeiten, welche Boltzmann so schön in der Eldoradoreise seiner populären Schriften zu schildern gewußt hat. Dann wird es am Erfolge nach keiner Richtung hin fehlen. E. Bose.

(Eingegangen 6. Dezember 1905.)

G. von Neumayer, Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen. In zwei Bänden. 3. Auflage. gr. 8. Subskriptionsausgabe in etwa 12 Lieferungen. Hannover, Dr. M. Jänecke. 1905. à Mark 3,—.

Während es Anleitungen für Forschungsreisende zu Arbeiten auf Spezialgebieten, in das sie den Leser mehr oder weniger weit einführen wollen, in großer Anzahl gibt, steht das vorliegende, in 3. Auflage soeben erscheinende und rein praktische Zwecke verfolgende Werk in seiner Art einzig da. In knapper Form sind hier von bewährten Fachleuten die Grundzüge der einzelnen Wissenschaften dargestellt, wobei das Hauptgewicht darauf gelegt ist, den Leser möglichst rasch über die Materie zu orientieren und ihn auf die Gesichtspunkte hinzuweisen, die bei der Anstellung von Beobachtungen, Forschungen und Sammlungen maßgebend sind. Bei der Fülle des gebotenen Stoffes wird das Buch trotzdem ein recht handliches Format erhalten, obwohl, soweit dies die bisher erschienenen 6 Lieferungen erkennen lassen, eine bedeutende Vermehrung und Erweiterung gegen die früheren Auflagen stattgefunden hat. Einer besonderen Empfehlung wird das Werk nicht bedürfen, die Namen des Herausgebers und seiner Mitarbeiter empfehlen es am besten.

E. Przybyllok.

(Eingegangen 20. Januar 1906.)

J. J. Thomson, Elektrizitäts-Durchgang in Gasen. Deutsche autorisierte Ausgabe. Unter Mitwirkung des Autors besorgt und ergänzt von E. Marx. In 3 Lieferungen. 1. Lieferung. gr. 8. 217 S. mit 54 Textfiguren. Leipzig, B. G. Teubner. 1905. M. 6,—.

Mit großer Ungeduld ist das Erscheinen der deutschen Ausgabe des klassischen Thomsonschen Buches „Conduction of Electricity through Gases" erwartet worden. Die Verlagsbuchhandlung B. G. Teubner hat sich daher veranlaßt gesehen, die Übersetzung nach Maßgabe der Fertigstellung in drei Lieferungen erscheinen zu lassen, deren erste nunmehr vorliegt. Da über die Vortrefflichkeit des Thomsonschen Werkes die Akten wohl als geschlossen zu betrachten sind, so kann ich mich hier auf die Besprechung der deutschen Ausgabe beschränken. Die Übersetzung ist ausgezeichnet und wird der Ausdrucksweise des Originals in vollem Maße gerecht. Mir persönlich wäre allerdings eine freiere Behandlung des Stiles lieber gewesen, doch das bleibt eine Frage des individuellen Geschmackes, und gewissermaßen auch der Pietät. Die deutsche Ausgabe weist der englischen gegenüber einige Erweiterungen (auch einige unbedeutende Kürzungen) auf. Es ist und bleibt stets eine mißliche Aufgabe, das Werk eines anderen Verfassers zu ergänzen. Es muß deshalb betont werden, daß Herrn Marx die Lösung dieser Aufgabe vortrefflich gelungen ist. Herr Thomson bemerkt in seiner Vorrede: „Ich habe in diesem Werke beabsichtigt, die Ansicht zu entwickeln, daß die Leitung der Elektrizität durch Gase durch die Anwesenheit kleiner Teilchen verursacht ist, welche, mit Elektrizität beladen, als Ionen bezeichnet werden, und sich unter dem Einfluß des elektrischen

Feldes nach verschiedenen Seiten bewegen. Ich wollte zeigen, daß sich die verschiedenen Erscheinungen, die man beobachtet, wenn Elektrizität durch Gase hindurchgeht, durch diese Annahme zusammenfassen lassen; weit mehr hierauf war mein Streben gerichtet, als etwa darauf, eine vollständige Darstellung der sehr verschiedenen Untersuchungen zu geben, welche über die elektrischen Eigenschaften der Gase angestellt sind; ich habe mich deshalb größtenteils auf die Phänomene beschränkt, welche Resultate ergeben, die hinreichend präzisiert sind, um als Prüfstein dieser Theorie dienen zu können." Von diesen Gesichtspunkten hat sich auch Herr Marx bei seinen Ergänzungen — welche übrigens durchweg als solche kenntlich gemacht sind — leiten lassen, und so ist es ihm gelungen, das Werk, ohne seinen Charakter zu verändern, dem gegenwärtigen Stand der Forschung anzupassen. — Einen Tadel vermag ich indessen nicht zu unterdrücken: der deutsche Titel: „Elektrizitätsdurchgang in Gasen" enthält eine sprachliche Härte, welche sich leicht hätte vermeiden lassen: Herr Marx hätte nur die anfänglich beabsichtigte Übersetzung „Leitung der Elektrizität durch Gase" beizubehalten brauchen. Dieser Vorwurf betrifft natürlich nur eine Äußerlichkeit. — Nicht ganz einverstanden erklären kann ich mich mit der Ausstattung, welche die Verlagshandlung dem Werke hat zuteil werden lassen: Augenscheinlich sind die Originalklischees der englischen Ausgabe benutzt worden. Dabei ist aber nicht berücksichtigt worden, daß dieselben für einigermaßen rauhes Papier berechnet sind. Auf dem glatten Papier der deutschen Ausgabe wirken daher die Figuren ungünstig. Für eine Neuauflage möchte ich die Wahl eines rauhen Papiers befürworten. — Rühmend hervorzuheben ist die verhältnismäßig sehr geringe Zahl von Druckfehlern. Auf Seite 4 und 5 ist, jedenfalls infolge Umbrechens des Satzes, eine Verschiebung der Fußnoten eingetreten. Figur 41 entspricht — auch in der Originalausgabe — nicht den Angaben des Textes: der Zylinder $EFGH$ soll länger sein als der Draht AB; in der Figur ist er aber kürzer gezeichnet. — Alle diese Ausstellungen fallen indessen nicht ins Gewicht gegenüber den großen Vorzügen des Buches. Erwähnt soll noch werden, daß durch die zahlreichen angebrachten Marginalien die Brauchbarkeit des Buches, auch als Nachschlagewerk, eine wesentliche Erhöhung erfahren hat. — Die jetzt vorliegende erste Lieferung enthält die ersten neun Kapitel des Werkes; hoffentlich folgen die beiden anderen Lieferungen mit den übrigen zehn Kapiteln in allernächster Zeit![1])

1) Inzwischen erschienen!

Max Iklé.

(Eingegangen 27. Januar 1906.)

Fragekasten.

Trotz eifrigen Nachsuchens war es mir, ebensowenig bekannten Philologen möglich, in Descartes' Schriften eine Stelle aufzufinden, in der die Erscheinung des nach diesem Autor benannten „Tauchers" beschrieben ist. Vielleicht veranlaßt die Mitteilung hiervon die Gewinnung einer Aufklärung darüber, wo zuerst vom „Cartesianischen Taucher" die Rede ist.

H. R.

Das Fliegenproblem.

(Antwort auf die Frage in Nr. 7.)

Teuflische Bosheit hat die ernsthafte Fliegenproblemfrage in die Nummer vom 1. April (!) gelangen lassen. So haben denn manche Leser dieser Zeitschrift die Anfrage als reinen Aprilscherz aufgefaßt; z. B. schreibt uns ein verehrter Mitarbeiter:

„Selbstverständlich kann ein Einfluß der Fliege auftreten, und zwar dann, wenn es sich um eine „Mouche volante" handelt. Ist σ das spezifische Gewicht der Fliege, σ' das des absoluten Alkohols und ϑ die Temperatur des Beobachters (absolut), so ist das scheinbare Gewicht des Gefäßes zu multiplizieren mit

$$\left(1 - \frac{\sigma}{\sigma'}\,\vartheta\right).^{a}$$

Der ernsten Seite der Sache dagegen tragen die beiden folgenden Antworten Rechnung:

Die Fliege auf der Wage.

Von R. Gans.

Das in dieser Zeitschrift **7**, 248, 1906 wieder angeschnittene Problem erhält selbst in Fachkreisen oft falsche Beantwortungen, trotzdem die Frage, wie es scheint, ziemlich einfach ist.

Selbstverständlich kann die mathematische Formel nicht mehr sagen, als in sie hineingelegt ist. Durch das Wort „Reaktionsprinzip" wäre eigentlich alles erledigt, und wenn man die physikalische Anschauung zu Hilfe nimmt, ist wohl kein dunkler Punkt in der Frage mehr.

Trotzdem soll, da im Einverständnis mit der Redaktion zur Einsendung von Lösungen aufgefordert ist, — eben wegen der verschiedenen Ansichten, die man häufig zu hören bekommt, — das Problem im folgenden ohne weitere Voraussetzungen aus den Grundgleichungen der Hydrodynamik beantwortet werden. Die Fragestellung ist folgende:

Auf einer Wagschale befinde sich ein geschlossenes Gefäß, mit der Luftmasse M_L gefüllt, im Gefäße sitze an der inneren Wandung eine Fliege von der Masse M_F, und die Wage sei in diesem Zustande äquilibriert. Ist die Wage noch äquilibriert, wenn die Fliege in die Höhe geflogen ist und sich irgendwo im Innern des Gefäßes durch ihre Flügelschläge frei in der Luft an derselben Stelle hält?

Es sind noch einige Erläuterungen nötig: Zunächst ist nicht in jedem Moment Gleichgewicht vorhanden, das ist auch nicht der Sinn der Frage. Der Flügelschlag ist eine periodische Bewegung der Periode T; diese Periode ist klein gegen die Schwingungsdauer der Wage. Die bewegte Luft wird auf die Gefäßwandungen und auf die Oberfläche der Fliege Druckkräfte ausüben, die auch die Periode T haben. Gefragt ist nach dem zeitlichen Mittelwert der Druckkraft auf die Gefäßwand, der allein merklich für die Einstellung der Wage in Betracht kommt. Ferner wird die Fliege auch nicht genau an derselben Stelle bleiben während einer ganzen Periode des Flügelschlags, aber sie kann es so einrichten, daß sie im Mittel immer an derselben Stelle bleibt, nämlich dann, wenn ihr Gewicht, welches sie nach unten zieht, gerade so groß ist, wie der zeitliche Mittelwert der vertikal nach oben gerichteten Komponente der Druckkraft, welche die Luft auf die Oberfläche der Fliege ausübt.

Nennen wir die innere Oberfläche des Gefäßes σ_1 mit der nach außen positiv gerechneten Normalen n, die Oberfläche der Fliege σ_2 mit der in die Fliege hinein positiv gerechneten Normalen n.

Die Eulersche Gleichung lautet für die (vertikal nach unten gerichtete) z-Komponente:

$$\varrho \frac{du_z}{dt} = -\left(\frac{\partial p_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zz}}{\partial z}\right) + \varrho g . \qquad (1)$$

Hier bedeutet ϱ die Dichte der Luft, u_z die z-Komponente der Geschwindigkeit der Luft, $\frac{d}{dt}$, wie üblich, die zeitliche Änderung in einem materiellen Teilchen, g die Beschleunigung durch die Schwere, p_{xz} die z-Komponente des Drucks auf eine Fläche, die parallel zur yz-Ebene ist.

Wir multiplizieren beide Seiten von (1) mit dem Volumelement dS der Luft und integrieren über den ganzen von der Luft erfüllten Raum, der also durch das Gefäß (σ_1) und die Fliege (σ_2) begrenzt ist. Dabei ist aber zu beachten, daß Form und Lage von σ_2 Funktion von t ist, da die Fliege sich bewegt. Am einfachsten berücksichtigt man das, indem man unter dS das Volumelement eines materiellen Teilchens (und nicht eines festen Raumteilchens) versteht. In dieser Auffassung ist

$$\frac{d}{dt} \varrho \, dS = 0 \qquad (2)$$

das Gesetz von der Erhaltung der Masse; also ergibt sich

$$\int \varrho \frac{du_z}{dt} dS = \int \frac{d}{dt} \varrho \, u_z \, dS = \frac{d}{dt} \int \varrho \, u_z \, dS . \qquad (3)$$

Rechts erhält man

$$-\int_{\sigma_1} p_{nz} \, d\sigma - \int_{\sigma_2} p_{nz} \, d\sigma + M_L \cdot g , \qquad (4)$$

da $\int \varrho \, dS = M_L$ ist.

Aus (3) und (4) folgt also

$$\frac{d}{dt} \int \varrho \, u_z \, dS = -\int_{\sigma_1} p_{nz} \, d\sigma - \int_{\sigma_2} p_{nz} \, d\sigma = M_L g . \qquad (5)$$

Nehmen wir den zeitlichen Mittelwert über eine Periode T, so ergibt sich links Null, da wir hier einen vollständigen Differentialquotienten nach t haben, also ist

$$\frac{1}{T}\int_0^T dt \int_{\sigma_1} p_{nz} \, d\sigma = -\frac{1}{T}\int_0^T dt \int_{\sigma_2} p_{nz} \, d\sigma + M_L \cdot g . \qquad (6)$$

Nun ist aber

$$\frac{1}{T}\int_0^T dt \int_{\sigma} p_{nz} \, d\sigma$$

der zeitliche Mittelwert der z-Komponente der Kraft, welche die Flüssigkeit auf die Fläche σ ausübt. Damit die Fliege im Mittel im Gleichgewicht ist, muß

$$+\frac{1}{T}\int_0^T dt \int_{\sigma_2} p_{nz} \, d\sigma + M_F g = 0 \qquad (7)$$

sein. Also folgt aus (6) und (7) für die auf die Gefäßwandungen nach unten im Mittel ausgeübte Kraft

$$\frac{1}{T}\int_0^T dt \int_{\sigma_1} p_{nz} \, d\sigma = (M_F + M_L) g \qquad (8)$$

d. h. gleich dem Gewicht der Luft + dem der Fliege.

Nachdem die Fliege aufgeflogen ist und die dadurch gestörte Wage wieder zur Ruhe gekommen ist, wird sie wieder genau so einspielen wie vorher.

Über die Art des Drucks p ist hier gar nichts vorausgesetzt, es ist also weder innere noch äußere Reibung ausgeschlossen.

Über die Einwirkung der schwebenden Fliege in einem offenen Gefäße läßt sich nichts Allgemeines sagen. Hier hängt alles von dem Ort der Fliege und der Form des Gefäßes und des Wagekastens ab.

Tübingen, Physikal. Institut.

(Eingegangen 9. April 1906.)

Beitrag zum Fliegenproblem.

Von W. Kaufmann.

Das von Herrn A. R.[1]) gestellte „Fliegenproblem“ scheint mir eine Art von Vexierfrage zu sein, da der etwaige Einfluß der Fliege auf die Stellung der Wage nicht eindeutig bestimmt ist, sondern von dem Willen der Fliege abhängt. Daß die sitzende Fliege im offenen wie im geschlossenen Gefäß mit ihrem vollen Gewicht zur Wirkung kommt, ist natürlich ganz fraglos. Wenn dagegen die Fliege schwebt, so wird alles mehr oder weniger unbestimmt. Die Fliege möge eine sehr intelligente Fliege sein, die zwischen einem im Raume festen und einem mit der Wagschale verbundenen beweglichen Koordinatensystem zu unterscheiden vermag. Nehmen wir an, das Gefäß sei völlig geschlossen, und die Wage schwinge um ihre jeweilige Ruhelage. Ist P das Gewicht des Gefäßes, p das Gewicht der Fliege und Q das zur Äquilibrierung erforderliche Gewichtsstück, so ist bei einer Senkung h der Wagschale und einer Senkung h' der Fliege die geleistete Arbeit:

$$A = (P - Q)\, h + p h' .$$

Im Gleichgewichtsfalle muß dieser Ausdruck gleich Null werden. Nun hängt aber h' von der Laune der Fliege ab; ist sie eine Anhängerin des absoluten Raumes und hält sich durch geeignete Regulierung ihrer Flugbewegung in absolut konstanter Höhe, so ist $h' = 0$ und wir erhalten

$$P = Q,$$

also keinen Einfluß der Fliege auf das Gewicht. Ist die Fliege dagegen von der Relativität aller Bewegungsvorgänge überzeugt und richtet sich nach ihrer unmittelbaren Umgebung, d. h. nach dem Gefäß, und macht dessen Bewegungen mit, so wird $H' = h$ und

$$P + p = Q,$$

so daß die Fliege mit ihrem vollen Gewicht wirkt. Auf die weiteren Möglichkeiten (h' größer als h oder h' negativ) soll hier nicht eingegangen werden.

Gänzlich unbestimmt wird das Problem, wenn das Gefäß offen ist. Die Einwirkung der Fliege auf die Wage geschieht ja durch die Vermittlung der durch die Flügel in Bewegung gesetzten und gegen die Gefäßwände drückenden Luft. Daß trotz der Kompliziertheit dieses Vorgangs die oben skizzierte einfache Behandlung möglich ist, liegt daran, daß im Falle des geschlossenen Systems die in Frage kommenden Kräfte „innere Kräfte“ sind, für die der Schwerpunktsatz gilt. Ist dagegen das Gefäß offen, so hängt alles davon ab, ob die von der Fliege erzeugten Strömungen und Druckänderungen der Luft sich merklich bis an die Gefäßöffnung erstrecken oder nicht; im letzten Falle ist alles wie beim geschlossenen Gefäß, im ersten dagegen erhalten wir ein wohl kaum mehr berechenbares Problem der Dynamik reibender Gase.

(Eingegangen 11. April 1906.)

[1]) Diese Zeitschr. 7, 248, 1906

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Es habilitierten sich an der Universität Lemberg Dr. Stanislaus Opolski für allgemeine Chemie, an der Universität Erlangen Dr. Heinrich Schulze für angewandte Chemie, insbesondere pharmazeutische und Nahrungsmittelchemie.

Verliehen wurde dem Privatdozenten für Chemie an der Universität Würzburg Dr. Fritz Reitzenstein und dem Privatdozenten für Chemie an der Berliner Universität Dr. phil. Alfred Stock der Professortitel.

Ernannt wurden der a. o. Professor an der Innsbrucker Universität, Dr. phil. Michael Radaković zum o. Professor der mathematischen Physik an der Universität Czernowitz, der Privatdozent für Physik an der Technischen Hochschule in Darmstadt Dr. Karl Forch zum Hilfsarbeiter am kaiserlichen Patentamt in Berlin, der Ingenieur an der Turbinenfabrik der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft in Berlin Dr.-Ing. Felix Rötscher zum Professor für Maschinenbau an der Technischen Hochschule Aachen, der a. o. Professor für Maschinenbaukunde an der Maschineningenieurabteilung der Technischen Hochschule zu München Dr. Rudolf Camerer zum o. Professor.

Professor Gustav Herrmann, langjähriger Dozent der mechanischen Technologie an der Technischen Hochschule in Aachen, tritt in den Ruhestand.

Am 3. April starb in München der em. o. Professor der Mathematik Geheimrat Dr. Gustav Bauer, am 19. April der o. Professor für Physik an der Universität Paris Dr. Pierre Curie.

Für die Redaktion verantwortlich Privatdozent Dr. Emil Bose in Göttingen — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.